ТЕМА 3. Основа гидродинамики

ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИКИ

Гидродинамика - раздел гидравлики, в котором изучаются законы движения жидкости и ее взаимодействие с неподвижными и подвижными поверхностями.

Если отдельные частицы абсолютно твердого тела жестко связаны между собой, то в движущейся жидкой среде такие связи отсутствуют. Движение жидкости состоит из чрезвычайно сложного перемещения отдельных молекул.

3.1. Основные понятия о движении жидкости

Живым сечением ω (м²) называют площадь поперечного сечения потока, перпендикулярную к направлению течения. Например, живое сечение трубы - круг (рис.3.1, б); живое сечение клапана - кольцо с изменяющимся внутренним диаметром (рис.3.1, б).

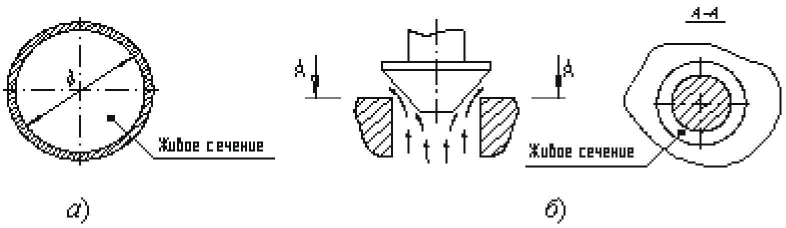


Рис. 3.1. Живые сечения: а - трубы, б - клапана

Смоченный периметр χ ("хи") - часть периметра живого сечения, ограниченное твердыми стенками (рис.3.2, выделен утолщенной линией).

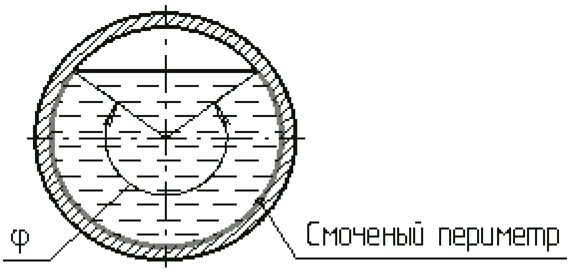


Рис. 3.2. Смоченный периметр

Для круглой трубы

$$\chi = \pi D \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{D\varphi}{2}$$

если угол в радианах, или

$$\chi = \pi D \frac{\varphi}{360^\circ}, \text{ если угол } \varphi \text{ в градусах.}$$

Расход потока *Q* - объем жидкости *V*, протекающей за единицу времени *t* через живое сечение ω.

$$Q = \frac{V}{t}, \quad (\text{м}^3/\text{с}, \ \text{литр/мин}).$$

Средняя скорость потока υ - скорость движения жидкости, определяющаяся отношением расхода жидкости*Q* к площади живого сечения ω

$$\upsilon_{ср} = \frac{Q}{\omega}, \ (\text{м/с})$$

Поскольку скорость движения различных частиц жидкости отличается друг от друга, поэтому скорость движения и усредняется. В круглой трубе, например, скорость на оси трубы максимальна, тогда как у стенок трубы она равна нулю.

Гидравлический радиус потока R - отношение живого сечения к смоченному периметру

$$R = \frac{\omega}{\chi}, \ (\text{м})$$

Течение жидкости может быть установившимся и неустановившимся. *Установившимся* движением называется такое движение жидкости, при котором в данной точке русла давление и скорость не изменяются во времени

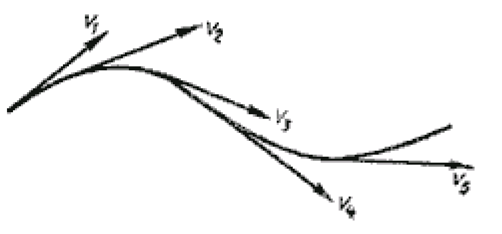
$\upsilon = f(x, y, z)$
$P = \varphi \ f(x, y, z)$

Движение, при котором скорость и давление изменяются не только от координат пространства, но и от времени, называется неустановившимся или нестационарным

$\upsilon = f_1(x, y, z, t)$
$P = \varphi \ f_1(x, y, z, t)$

Линия тока (применяется при неустановившемся движении) это кривая, в каждой точке которой вектор скорости в данный момент времени направлены по касательной.

Трубка тока - трубчатая поверхность, образуемая линиями тока с бесконечно малым поперечным сечением. Часть потока, заключенная внутри трубки тока называется *элементарной струйкой*.



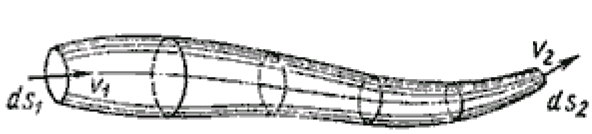


Рис. 3.3. Линия тока и струйка

Течение жидкости может быть напорным и безнапорным. *Напорное* течение наблюдается в закрытых руслах без свободной поверхности. Напорное течение наблюдается в трубопроводах с повышенным (пониженным давлением). *Безнапорное* - течение со свободной поверхностью, которое наблюдается в открытых руслах (реки, открытые каналы, лотки и т.п.). В данном курсе будет рассматриваться только напорное течение.

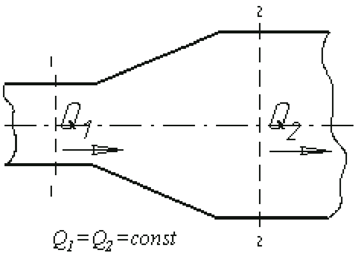


Рис. 3.4. Труба с переменным диаметром при постоянном расходе

Из закона сохранения вещества и постоянства расхода вытекает *уравнение неразрывности* течений. Представим трубу с переменным живым сечением (рис.3.4). Расход жидкости через трубу в любом ее сечении постоянен, т.е. $Q_1=Q_2= const$, откуда

$$\omega_1\upsilon_1 = \omega_2\upsilon_2$$

Таким образом, если течение в трубе является сплошным и неразрывным, то уравнение неразрывности примет вид:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \text{const}$$

3.2. Уравнение Бернулли для идеальной жидкости

Уравнение Даниила Бернулли, полученное в 1738 г., является фундаментальным уравнением гидродинамики. Оно дает связь между давлением P, средней скоростью υ и пьезометрической высотой z в различных сечениях потока и выражает закон сохранения энергии движущейся жидкости. С помощью этого уравнения решается большой круг задач.Рассмотрим трубопровод переменного диаметра, расположенный в пространстве под углом β (рис.3.5).

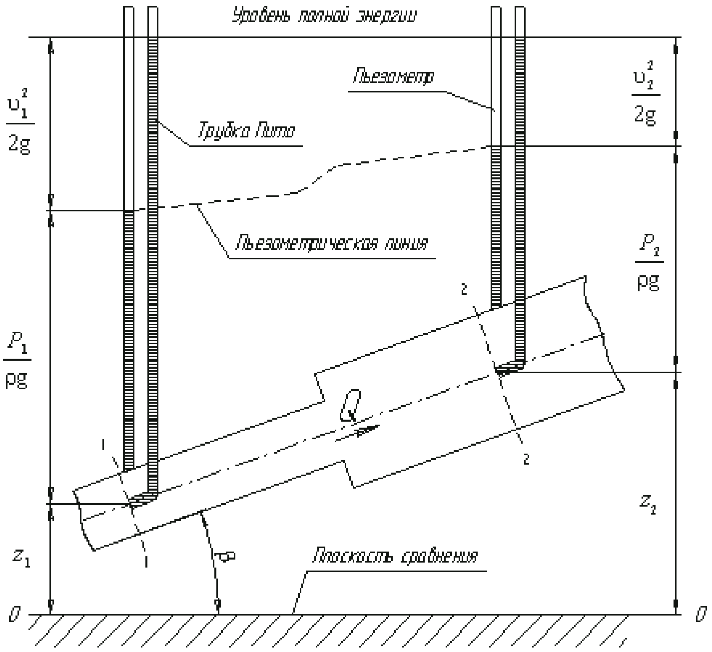


Рис.3.5. Схема к выводу уравнения Бернулли для идеальной жидкости

Выберем произвольно на рассматриваемом участке трубопровода два сечения: сечение *1-1* и сечение *2-2*. Вверх по трубопроводу от первого сечения ко второму движется жидкость, расход которой равен *Q*.

Для измерения давления жидкости применяют *пьезометры* - тонкостенные стеклянные трубки, в которых жидкость поднимается на высоту $\frac{P}{\rho g}$. В каждом сечении установлены пьезометры, в которых уровень жидкости поднимается на разные высоты.

Кроме пьезометров в каждом сечении *1-1* и *2-2* установлена трубка, загнутый конец которой направлен навстречу потоку жидкости, которая называется *трубка Пито*. Жидкость в трубках Пито также поднимается на разные уровни, если отсчитывать их от *пьезометрической линии*.

Пьезометрическую линию можно построить следующим образом. Если между сечением *1-1* и *2-2* поставить несколько таких же пьезометров и через показания уровней жидкости в них провести кривую, то мы получим ломаную линию (рис.3.5).

Однако высота уровней в трубках Пито относительно произвольной горизонтальной прямой *0-0,* называемой *плоскостью сравнения*, будет одинакова.

Если через показания уровней жидкости в трубках Пито провести линию, то она будет горизонтальна, и будет отражать *уровень полной энергии трубопровода*.

Для двух произвольных сечений *1-1* и *2-2* потока идеальной жидкости уравнение Бернулли имеет следующий вид:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\upsilon_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\upsilon_2^2}{2g} = H = \text{const}$$

Так как сечения *1-1* и *2-2* взяты произвольно, то полученное уравнение можно переписать иначе:

$$z + \frac{P}{\rho g} + \frac{\upsilon^2}{2g} = H = \text{const}$$

и прочитать так: сумма трех членов уравнения Бернулли для любого сечения потока идеальной жидкости есть величина постоянная.

С энергетической точки зрения каждый член уравнения представляет собой определенные виды энергии:

z1 и z2 - удельные энергии положения, характеризующие потенциальную энергию в сечениях *1-1* и *2-2*;
$\frac{P_1}{\rho g}$ и $\frac{P_2}{\rho g}$ - удельные энергии давления, характеризующие потенциальную энергию давления в тех же сечениях;
$\frac{\upsilon_1^2}{2g}$ и $\frac{\upsilon_2^2}{2g}$ - удельные кинетические энергии в тех же сечениях.

Следовательно, согласно уравнению Бернулли, *полная удельная энергия идеальной жидкости в любом сечении постоянна*.

Уравнение Бернулли можно истолковать и чисто геометрически. Дело в том, что каждый член уравнения имеет линейную размерность. Глядя на рис.3.5, можно заметить, что z1 и z2 - геометрические высоты сечений *1-1* и *2-2* над плоскостью сравнения; $\frac{P_1}{\rho g}$ и $\frac{P_2}{\rho g}$ - пьезометрические высоты; $\frac{\upsilon_1^2}{2g}$ и $\frac{\upsilon_2^2}{2g}$ - скоростные высоты в указанных сечениях.

В этом случае уравнение Бернулли можно прочитать так: *сумма геометрической, пьезометрической и скоростной высоты для идеальной жидкости есть величина постоянная*.

3.3. Уравнение Бернулли для реальной жидкости

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости несколько отличается от уравнения

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\upsilon_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\upsilon_2^2}{2g} = H = \text{const}$$

Дело в том, что при движении реальной вязкой жидкости возникают силы трения, на преодоление которых жидкость затрачивает энергию. В результате полная удельная энергия жидкости в сечении *1-1* будет больше полной удельной энергии в сечении *2-2* на величину потерянной энергии (рис.3.6).

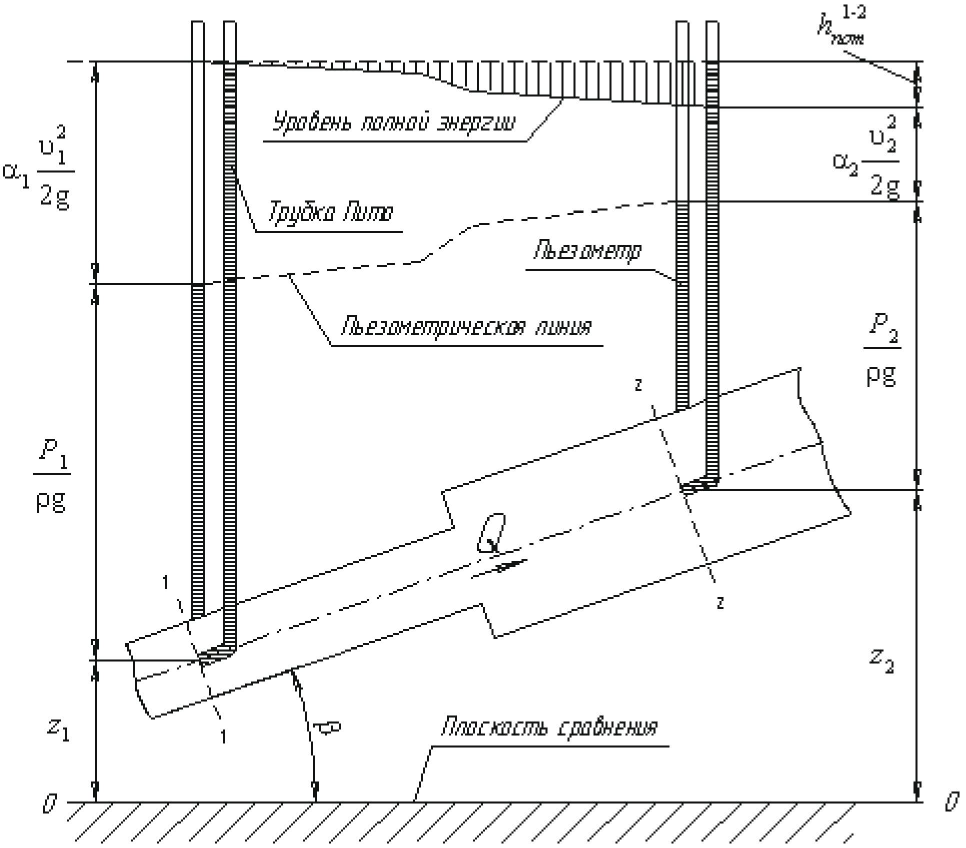


Рис.3.6. Схема к выводу уравнения Бернулли для реальной жидкости

Потерянная энергия или потерянный напор обозначаются $h_{пот}^{1-2}$ и имеют также линейную размерность.

Уравнение Бернулли для реальной жидкости будет иметь вид:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{\upsilon_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{\upsilon_2^2}{2g} + h_{пот}^{1-2} = H = \text{const}$$

Из рис.3.6 видно, что по мере движения жидкости от сечения *1-1* до сечения *2-2* потерянный напор все время увеличивается (потерянный напор выделен вертикальной штриховкой). Таким образом, уровень первоначальной энергии, которой обладает жидкость в первом сечении, для второго сечения будет складываться из четырех составляющих: геометрической высоты, пьезометрической высоты, скоростной высоты и потерянного напора между сечениями *1-1* и *2-2*.

Кроме этого в уравнении появились еще два коэффициента α_1 и α_2, которые называются *коэффициентами Кориолиса* и зависят от режима течения жидкости ($\alpha = 2$ для ламинарного режима, $\alpha = 1$ для турбулентного режима).

Потерянная высота $h_{пот}^{1-2}$ складывается из линейных потерь, вызванных силой трения между слоями жидкости, и потерь, вызванных местными сопротивлениями (изменениями конфигурации потока)

$$h_{пот}^{1-2} = h_{лин} + h_{мест}$$

С помощью уравнения Бернулли решается большинство задач практической гидравлики. Для этого выбирают два сечения по длине потока, таким образом, чтобы для одного из них были известны величины P, ρ, g, а для другого сечения одна или величины подлежали определению. При двух неизвестных для второго сечения используют уравнение постоянства расхода жидкости $\upsilon_1\omega_1 = \upsilon_2\omega_2$.

3.4. Измерение скорости потока и расхода жидкости

Для измерения скорости в точках потока широко используется работающая на принципе уравнения Бернулли трубка Пито (рис.3.7), загнутый конец которой направлен навстречу потоку. Пусть требуется измерить скорость жидкости в какой-то точке потока. Поместив конец трубки в указанную точку и составив уравнение Бернулли для сечения *1-1* и сечения, проходящего на уровне жидкости в трубке Пито получим

$$\frac{P_{ат} + \gamma h}{\gamma} + \frac{\upsilon^2}{2g} = H + h + \frac{P_{ат}}{\gamma} \quad \text{или} \quad \upsilon = \sqrt{2gH}$$

где H - столб жидкости в трубке Пито.

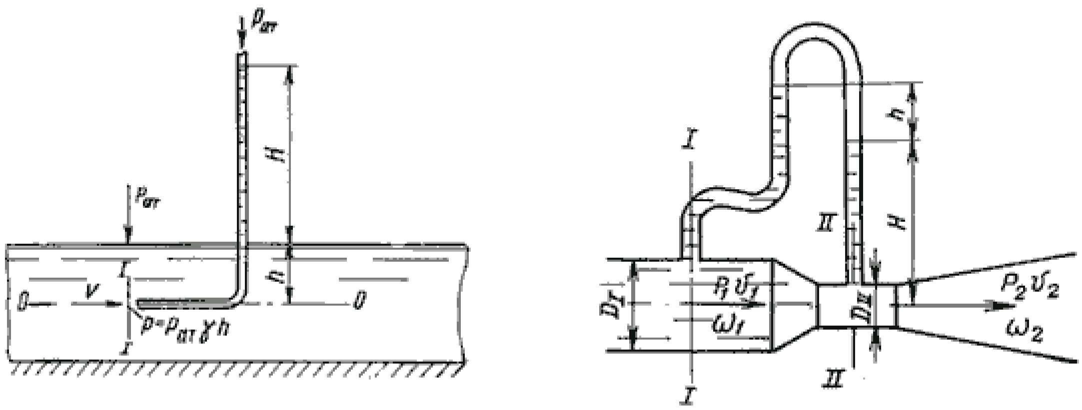


Рис. 3.7. Трубка Пито и расходомер Вентури

Для измерения расхода жидкости в трубопроводах часто используют расходомер Вентури, действие которого основано так же на принципе уравнения Бернулли. Расходомер Вентури состоит из двух конических насадков с цилиндрической вставкой между ними (рис.3.7). Если в сечениях *I-I* и *II-II* поставить пьезометры, то разность уровней в них будет зависеть от расхода жидкости, протекающей по трубе.

Пренебрегая потерями напора и считая z1 = z2 , напишем уравнение Бернулли для сечений *I-I* и *II-II*:

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{\upsilon_1^2}{2g}=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{\upsilon_2^2}{2g}$$

или

$$h=\frac{P_1-P_2}{\gamma}=\frac{\upsilon_1^2}{2g}\left[-1+\left(\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right)^2\right]$$

Используя уравнение неразрывности

$Q = \upsilon_1\omega_1 = \upsilon_2\omega_2$

сделаем замену в получено выражении:

$$h=\frac{Q^2}{2g\omega_1^2}\left[-1+\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2\right]$$

Решая относительно Q, получим

$$Q=\omega_1\omega_2\sqrt{\frac{2g}{\omega_1^2-\omega_2^2}}\cdot\sqrt{h}$$

Выражение, стоящее перед $\sqrt{h}$., является постоянной величиной, носящей название постоянной водомера Вентури.

Из полученного уравнения видно, что *h* зависит от расхода *Q*. Часто эту зависимость строят в виде тарировочной кривой *h* от *Q*, которая имеет параболический характер.