

Azərbaycan Texniki Universiteti
Texniki Mexanika kafedrası

M.M.ƏZİMOV



MATERİALLAR MÜQAVİMƏTİ
(mühazirələrin qısa məzmunu)

*Azərbaycan Respublikası
Təhsil Nazirliyi tərəfindən təsdiq
olunmuş tədris proqramına əsasən
Azərbaycan Texniki Universitetində
bakalavr təhsili alan tələbələr
üçün nəzərdə tutulmuşdur*

BAKİ – 2012

FƏSİL 1.

ƏSAS ANLAYIŞLAR

§1. Materiallar müqaviməti fənni, inkişafı və başqa elmlərlə əlaqəsi

Materiallar müqaviməti müxtəlif konstruksiya hissələrinin möhkəmliyə, sərtliyə və dayanıqlığa hesablama üsullarından bəhs edən elmdir.

Bu fənnin əsası XVII əsrdə Q.Qalileyin tədqiqatları əsasında qoyulmuşdur. Sonradan bu elmin əsaslı inkişafına Hukun, Bernullinin, Sen-Venanın, Koşinin, Lamyenin və s. tədqiqatları böyük təsir göstərmişdir.

XVIII əsrdə Eylerin, XIX əsrdə Juravskinin, Yasinskinin, Qolovinin ... araşdırmalarını xüsusi qeyd etmək lazımdır.

Sovet hakimiyyəti illərində Materiallar müqaviməti fənni başqa elmlərlə əlaqəli şəkildə böyük inkişaf yolu keçmişdir.

§2. Qəbul edilən fərziyyələr

Material müqaviməti fənnində baxılan məsələlərin mürəkkəbliyi böyük olduğundan hesablamaların sadələşdirilməsi məqsədi ilə materialların xassələri, yüklər və yüklərlə hissələr arasındakı qarşılıqlı əlaqələrə aid müəyyən fərziyyələr qəbul edilmişdir.

1-ci fərziyyə. Materialın kəsilməzliyi fərziyyəsi. Bu fərziyyə hesablamalarda kəsilməz funksiyalardan istifadə etməyə imkan verir.

2-ci fərziyyə. Materialın bircinsliyi fərziyyəsi. Bu fərziyyəyə görə material bütün nöqtələrdə eyni xassəyə malikdir.

3-cü fərziyyə. Materialın izotropluğu fərziyyəsi. Bu fərziyyəyə görə material bütün istiqamətlərdə eyni xassəyə malikdir.

4-cü fərziyyə. Xarici qüvvələrin təsirinə qədər cisimdə daxili qüvvələrin olması fərziyyəsi. Bu fərziyyə əslində heç bir material üçün tam ödənilmir.

5-ci fərziyyə. Qüvvələrin təsirinin biri-birindən asılı olmaması fərziyyəsi. Qüvvələr sisteminin təsiri, bu sistemə daxil olan qüvvələrin təsir ardıcılığından asılı deyil.

6-cı fərziyyə (Sen-Venan prinsipi). Qüvvələrin təsir etdiyi nöqtədən kifayət qədər uzaqdakı kəsiklərdə yaranan daxili qüvvələr, xarici qüvvələrin təsir etmə prinsipindən asılı deyil. Bu prinsipə görə qüvvə və ya qüvvələr sistemini özünə ekvivalent qüvvə və ya qüvvələr sistemi ilə əvəz etmək olar.

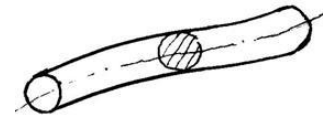
Qüvvələrin təsirindən yaranan deformasiya bu qüvvədən xətti asılıdır.

§3. Hesablama sxemi

Hesablama zamanı layihəçi müəkkəb formalı konstruksiyalarla qarşılaşır. Sadəlik üçün hesablamalarda bu konstruksiyaları aşağıdakı sadə həndəsi formalarla əvəz edirlər.

1. Brus.

Ölçülərindən biri digər ikisinə nəzərən çox böyük olan cisim brus adlanır.



Şəkil 1.1.

Bruslar düz və əyri oxlu olurlar. Oxa perpendikulyar kəsiklər brusun eninə kəsiyi adlanır. Nazik bruslara çubuq və ya mil deyilir.

2. Lövhə.

Aralarındakı məsafə digər iki ölçüsünə nəzərən çox kiçik olan düz müstəvilərlə əhatələnmiş cisim lövhə adlanır.



Şəkil 1.2.

3. Qabıq.

Aralarındakı məsafə digər iki ölçüsünə nəzərən çox kiçik olan əyri səthlərlə əhatələnmiş cisim qabıq adlanır.



Şəkil 1.3.

4. Massiv.

Hər üç ölçüsü təxminən eyni tərtibdən olan cisimlər massiv adlanırlar. Məs: kürələr, özüllər və s.

Materiallar müqaviməti fənnində əsasən brus formalı cisimlər araşdırılır.

§4. Xarici və daxili qüvvələr

Bir cismin başqa cismə təsiri xarici qüvvə və ya xarici yük adlanır. Cismin səthinə təsir edən **səthi**, bütün həcmə təsir edən **qüvvələr** isə həcmi qüvvələr adlanırlar.

Çox kiçik sahədə (öz qabarit ölçülərinə nəzərən) təsir edən qüvvələr topa qüvvələr, müəyyən səthdə və ya uzunluqda təsir edən yükdər isə səpələnmiş yüklər adlanırlar. Topa qüvvələr – N, kN, ... səpələnmiş yüklər isə uyğun olaraq $\frac{N}{m^2}$, $\frac{kN}{m^2}$, ..., $\frac{N}{m}$, $\frac{kN}{m}$, ... vahidləri ilə ölçülür.

Yüklər daimi və ya müvəqqəti olurlar. Daimi yüklərə həcmi yükləri, müvəqqəti yüklərə isə təsiri kəsilən yükləri misal göstərmək olar.

Xarici yüklər təsir xarakterinə görə statiki və dinaiki olmaqla iki növə bölünürlər.

Son qiymətini sıfırdan başlayaraq tədriclə alan qüvvələr statiki qüvvələr adlanırlar. Belə qüvvələr cismin hissəciklərində təcil yaratmır.

Qiymət və istiqamətini bəzn isə hər ikisini birdən zamandan asılı olaraq dəyişən qüvvələr dinamiki qüvvələr adlanırlar. Belə qüvvələr cismin hissəciklərində təcil, cisimdə isə rəqslər yaradır.

Cismin atomları və molekulları arasında cazibə qüvvələri mövcuddur. O, xarici qüvvə təsirindən deformasiyaya uğradıqda atomlar arasındakı məsafələr dəyişir və cazibə qüvvələrinin tarazlığı pozulur. Cismin daxilində deformasiyaya müqavimət qüvvələri yaranır. Bu qüvvələr **daxili qüvvələr** adlanırlar.

§5. Deformasiya və yerdəyişmələr

Cisimlər, onlara təsir edən xarici qüvvələrin təsiri altında öz ölçü və ya formalarını bəzən isə hər ikisini birdən dəyişərək deformasiyaya uğrayırlar.

Xətti ölçülərin dəyişməsi **xətti**, bucaq ölçülərinin dəyişməsi isə **bucaq deformasiyası** adlanır.

Cismin ölçülərinin artması – **uzanma**, azalması isə – **qısalma** kimi qeyd olunur.

Deformasiya bütün həcm üzrə baş verdikdə ona **verilmiş nöqtənin deformasiyası** deyilir.

Cismin səthində tətqiq olunan nöqtə ətrafında elementar 1 2 3 4 düzbucaqlısı (şəkil 1.4) çəkək. Deformasiyadan sonra bu düzbucaqlı 1' 2' 3' 4' vəziyyətini alaraq paraleloqrama çevrilir. Onun tərəflərinin ölçüsü dəyişir (artır və ya azalır)

öz əvvəlki vəziyyətinə nəzərən müəyyən bucaq qədər dönür .

Əgər 2 3 tərəfinin uzunluğu $\Delta \ell$ qədər dəyişərsə

$$\varepsilon_{or} = \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

nisbəti 2 nöqtəsində orta xətti deformasiya adlanır.

2 3 tərəfinin uzunluğunu azaltmaqla alarıq:

$$\varepsilon = \lim_{\ell \rightarrow 0} \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

burada ε - 2 3 istiqamətində 2 nöqtəsinin həqiqi xətti deformasiyasıdır.

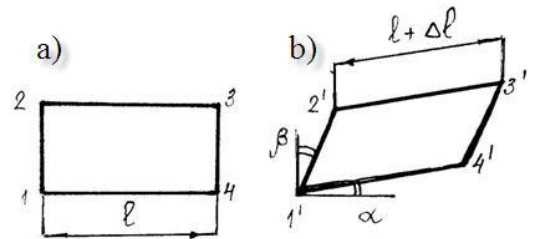
Tərəflər arasındakı düz bucağın dəyişməsi $\gamma = \alpha + \beta$ bucaq deformasiyası (sürüşmə bucağı) adlanır.

Təcrübələr göstərir ki, qüvvənin təsiri kəsildikdən sonra (materialdan və yükləmədən asılı olaraq) həm xətti, həm də bucaq deformasiyası təməmilə və ya qismən yox ola bilər.

Qüvvənin təsiri kəsildikdən sonra təməmilə yox olan deformasiyalar **elastiki** deformasiyalar, cismin öz əvvəlki formasını bərpa etməsi xassəsi isə **elastiklik** adlanır.

Qüvvənin təsiri kəsildikdən sonra cismdə qalan deformasiya **qalıq** və ya **plastiki**, materialın xassəsi isə **plastiklik** adlanır.

Cismin bərkidilməsini və bütün nöqtələrinin deformasiyalarını bilərək bu nöqtələrin **yərdəyişmələrini** hesablamaqla onun yeni vəziyyətini təyin etmək olar.



Şəkil 1.4.

§6. Kəsmə üsulu

Daxili qüvvələrin qiymət və istiqamətini təyin etmək üçün kəsmə üsulundan istifadə olunur.

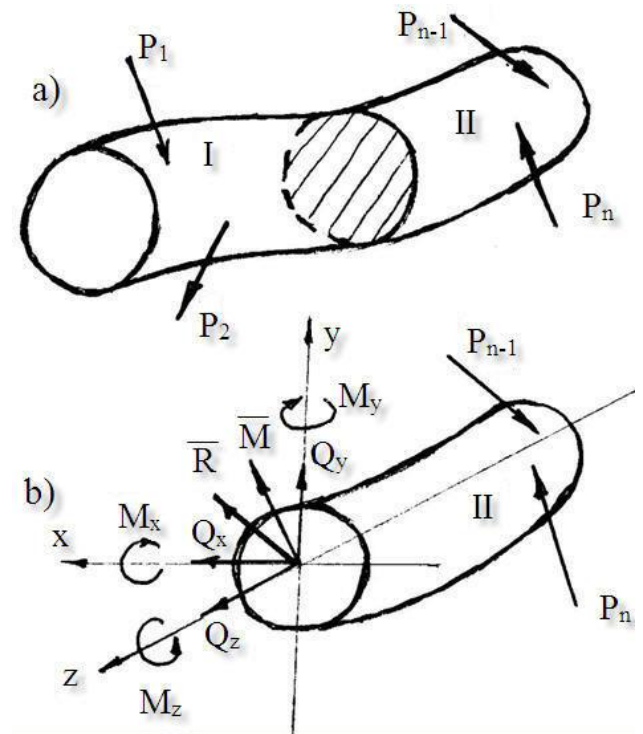
Kəsmə üsulu aşağıdakı ardıcılıqla aparılır.

1. Xarici qüvvələrin təsiri altında müvazinətdə olan cism, daxili qüvvələrin təyin olunması tələb olunan kəsik üzrə xəyali müstəvi ilə kəsilərək iki hissəyə ayrılır (şəkil 1.5 a I və II).

2. Kəsilmiş hissələrdən biri (I) nəzərdən atılaraq digər hissənin (II) müvazinətinə baxılır.

3. Saxlanılan hissənin səthi üzərində səpələnmiş şəkildə təsir edən və atılmış hissəni əvəzləyən daxili qüvvələr bu kəsiyin ağırlıq mərkəzində bir qüvvə vektoru ($\vec{R}$) və bir moment vektoruna ($\vec{M}$) gətirilir (şəkil 1.5.b).

4. Müvazinət tənlikləri ilə həmin qüvvələr təyin olunur.



Şəkil 1.5.

Qüvvə və moment vektorlarını müvazinət tənlikləri ilə təyin etmək çətin olduğundan onların oxlar üzərindəki proyeksiyalarını Q_x , Q_y , Q_z , M_x , M_y , M_z – daxili qüvvə amillərini – təyin edirlər.

Daxili qüvvə amillərindən $Q_z = N$ – normal qüvvə, Q_x və Q_y – kəsici (sürüşdürücü) qüvvələr, M_x və M_y – əyici momentlər, $M_z = M_{br}$ – burucu moment adlanırlar.

Xarici qüvvələrin təsir xarakterinə görə daxili qüvvə amillərinin hamısı eyni vaxtda yaranmaya da bilər.

Eninə kəsiklərində bir daxili qüvvə amili yaranan (yastı əyilmə istisna olmaqla) deformasiyalı hal sadə deformasiyalı hal adlanır. Sadə deformasiyanın 4 növü vardır.

1. Dartılma və ya sıxılma;
2. Sürüşmə;
3. Burulma;
4. Yastı (sadə) əyilmə.

Eninə kəsiklərində axili qüvvə amillərindən yalnız $Q_z = N$ normal qüvvəsi yaranan deformasiyalı hal bu qüvvənin istiqamətindən asılı olaraq **dartılma** və ya **sıxılma** adlanır.

Eninə kəsiklərində yalnız Q_x və ya Q_y daxili qüvvə amili yaranan deformasiyalı hal **sürüşmə** adlanır.

Eninə kəsiklərində yalnız $M_z = M_{br}$ daxili qüvvə amili yaranan deformasiyalı hal **burulma** adlanır.

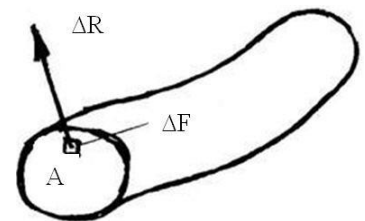
Eninə kəsiklərində M_x və Q_y və ya M_y və Q_x daxili qüvvə amilləri yaranan deformasiyalı hal **yastı (sadə) əyilmə** adlanır. Bu kəsiklərdə ancaq M_x və ya M_y yarandıqda isə əyilmə **xalis əyilmə** adlanır.

İki və daha çox sadə deformasiyanın birgə təsiri mürəkkəb deformasiyalı hal adlanır.

§7. Gərginlik

Əvvəldə qeyd etdik ki, milin kəsiklərində daxili qüvvə amilləri (N , Q , M , ...) deyil qiymət və istiqaməti naməlum olan səpələnmiş qüvvələr təsir edir.

İxtiyari kəsiyin verilmiş A nöqtəsində daxili qüvvələrin intensivliyini təyin etmək üçün bu nöqtə ətrafında elementar ΔF sahəciyi ayıraq. Fərz edək ki, bu sahəcikdə daxili qüvvə ΔR -dir. Onda daxili qüvvələrin



Şəkil 1.6.

baxılan ΔF sahəciyindəki intensivliyi

$$P_{or} = \frac{\Delta R}{\Delta F} \text{ olar.}$$

Burada P_{or} – daxili qüvvələrin orta intensivliyi olmaqla **orta gərginlik** adlanır.

Sahəni azaltsaq alarıq:

$$p = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta F}$$

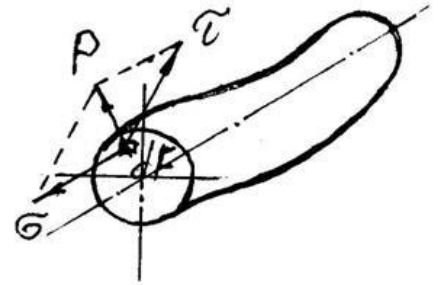
p – həqiqi gərginlik və ya verilmiş nöqtənin gərginliyi adlanır.

Kəsiyin verilmiş nöqtəsi ətrafında ayrılmış vahid sahəyə düşən daxili qüvvələrin intensivliyi **gərginlik** adlanır.

Gərginlik, $\frac{[q?_{BBЯ}]}{[sahя]}$ ($\frac{N}{mm^2}, \frac{kN}{mm^2}, \dots$ və ya Pa, Mpa, ...) vahidləri ilə ölçülür.

Gərginlik ixtiyari istiqamətdə yönəldiyindən onu iki toplanana ayırırlar.

Kəsiyin normalı istiqamətində yönəlmiş toplanan σ (siqma) hərfi ilə işarə olunmaqla **normal**, kəsiyə toxunan istiqamətdə yönələn isə τ (tau) hərfi ilə işarə olunmaqla **toxunan** gərginlik adlanır.



Şəkil 1.7.

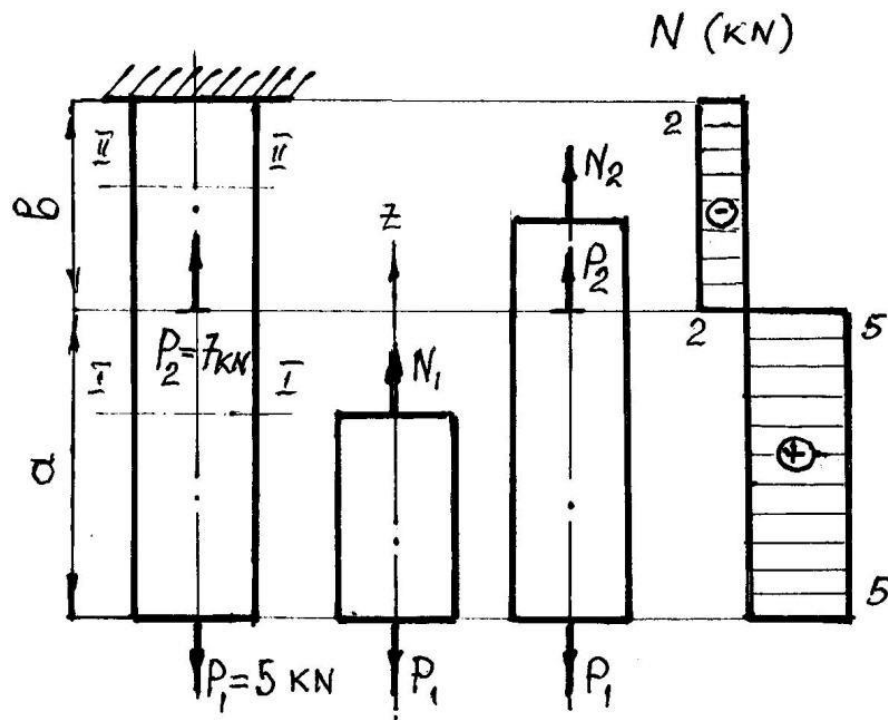
FƏSİL 2.

DARTILMA VƏ SIXILMA

§8. Daxili qüvvələrin təyini

Xarici qüvvələr milin oxu boyunca təsir etdikdə onun eninə kəsiklərində bir daxili qüvvə amili (N – normal qüvvəsi) yaranır. N normal qüvvəsinin istiqamətindən asılı olaraq yaranan deformasiya dartılma və ya sıxılma adlanır. Daxili qüvvə amilinin (N) aşkar olunaraq hesablanması üçün kəsmə üsulundan istifadə olunur.

Sxemdə (şəkil 2.1) göstərilmiş mil birinci məntəqə daxilində («a» uzunluqlu hissədə) ixtiyari I – I xəyali müstəvi ilə kəsilir. Kəsilmiş hissələrdən biri (baxılan halda yuxarı hissə) nəzərdən atılır. Saxlanılan hissənin kəsiyi üzərində atılan hissənin təsirini daxili qüvvə şəklində göstərməklə onun müvazinətinə baxılır.



Şəkil 2.1.

Bu hissəyə təsir edən qüvvələrin onun oxu boyunca yönəlmiş z oxu üzərində proyeksiya tənliyi tərtib olunur.

I – I kəsiyi

$$\sum z(P_i) = N_1 - P_1 = 0$$

$$N_1 = P_1 = 5 \text{ kN}$$

Analoji olaraq II – II kəsiyi üçün də yazı bilərik:

II – II kəsiyi

$$\sum z(P_i) = N_2 + P_2 - P_1 = 0$$

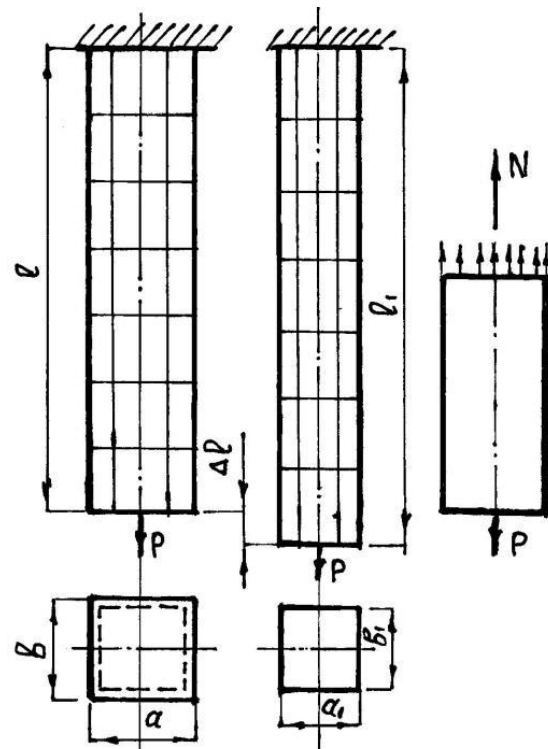
$$N_2 = P_1 - P_2 = 5 - 7 = -2 \text{ kN}$$

Daxili normal qüvvənin milin oxu boyunca dəyişməsinə əyani göstərən qrafik **normal qüvvə** epyuru adlanır. Normal qüvvənin müsbət qiymətləri milin oxu boyunca yönəlmiş xətdən sağda, mənfi qiymətlər isə solda qeyd olunur. Baxılan misalda deyilənlər əsas götürülməklə alınmış qiymətlərə görə normal qüvvə epyuru qurulur.

§9. Gərginliyin təyini

Sxemdə (şəkil 2.2) göstərilmiş sabit en kəsiklə ℓ uzunluqlu mil P qüvvəsinin təsiri altında mərkəzi dartılma deformasiyasına məruz qalır. Onun səthi üzərində oxuna paralel və perpendikulyar xətlər çəkək. Deformasiyadan sonra bu xətlər milin oxuna paralel və perpendikulyarlıqlarını saxlayaraq aralarındakı məsafələr dəyişir. Bu xətlərin öz düzxətliyyətlərini saxlamasına əsasən deyə bilərik ki, onların altındakı müstəvilər də öz müstəviliklərini saxlayırlar.

Bu fərziyyə **yastı kəsiklər fərziyyəsi** adlanmaqla aşağıdakı kimi şərh olunur.



Şəkil 2.2.

Deformasiyadan əvvəl milin oxuna perpendikulyar kəsiklər deformasiyadan sonra da öz müstəviliklərini və oxa normallıqların saxlayırlar.

Milin eninə kəsiklərində təsir edən daxili qüvvələrin əvəzləyicisi

$$N = \int \sigma dF \quad (2.1)$$

ifadəsi ilə təyin olunur.

Mərkəzi dartılma-sıxılmada normal gərginlik sabit paylandığından (2.1) ifadəsi

$$\sigma = \frac{N}{F} \quad (2.2)$$

şəklini alır. Bu ifadə mərkəzi dartılma-sıxılmada normal gərginliyin düsturu adlanır. Sıxılma deformasiyasında N – normal qüvvəsi və ona uyğun olaraq σ – normal gərginliyi mənfi işarəli olur.

§10. Eninə və uzununa deformasiyalar. Puasson əmsalı

Təcrübələr göstərir ki, dartılma deformasiyasında milin uzunluğu artır, en kəsik ölçüləri isə azalır. Sıxılma deformasiyasında isə bu hadisə əksinə olur.

Dartılma deformasiyasında milin uzunluğunun artımı

$$\Delta \ell = \ell_1 - \ell \quad (2.3)$$

ifadəsi ilə təyin olunaraq **mütləq uzanma**, eninə kəsik ölçülərinin dəyişməsi isə

$$\begin{aligned} \Delta a &= a - a_1 \\ \Delta b &= b - b_1 \end{aligned} \quad (2.4)$$

ifadələri ilə təyin olunaraq **mütləq qısalma** adlanırlar. Göründüyü kimi mütləq deformasiyalar uzunluq vahidi ilə ölçülür.

Mühəndis hesablamalarında adətən, adsız kəmiyyət olan **nisbi deformasiya** anlayışından istifadə olunur.

Dartılmada uzununa nisbi deformasiya

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} \quad , \quad (2.5)$$

eninə nisbi deformasiya isə

$$\varepsilon^0 = \frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta b}{b} \quad (2.6)$$

ifadələri ilə hesablanırlar.

İlk dəfə fransız alimi Puasson hər materialda eninə nisbi deformasiya ilə uzununa nisbi deformasiya arasında asılılıq olduğunu müəyyən etmişdir

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon^0}{\varepsilon} \right| \quad (2.7)$$

Eninə nisbi deformasiyanın uzununa nisbi deformasiyaya olan nisbətinin mütləq qiyməti Puasson əmsalı adlanır.

Puasson əmsalı hər material üçün sabit qiymət almaqla $0 \leq \mu \leq 0,5$ həddi daxilində dəyişir. Məsələn, polad material üçün $\mu=0,3$ qəbul olunur.

§11. Huk qanunu

Çoxsaylı təcrübələr göstərir ki, əksər materiallar üçün yüklənmənin müəyyən həddinə qədər normal gərginliklə nisbi deformasiya arasında müəyyən xətti asılılıq mövcuddur.

$$\sigma = \varepsilon E \quad (2.8)$$

Bu ifadə dartılma-sıxılmada Huk qanunu adlanır.

Burada E – elastiklik modulu və ya birinci dərəcəli elastiklik modulu adlanmaqla materialın deformasiyaya müqavimət göstərmək qabiliyyətini xarakterizə edir və gərginliklə eyni vahidlə ölçülür. Bu əmsal hər material üçün sabit qiymət alır.

$$\sigma = \frac{N}{F} \text{ və } \varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} \text{ olduğunu (2.8) ifadəsində nəzərə almaqla Hük qanununun}$$

həndəsi ifadəsini alırıq:

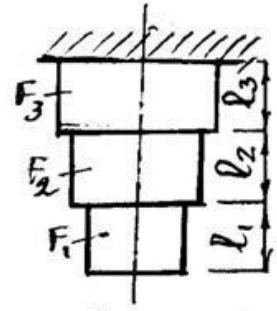
$$\Delta \ell = \frac{N \ell}{EF} \quad (2.9)$$

burada EF – hasili dartılma-sıxılmada sərtlilik adlanır.

Çox pilləli millərdə yaranan tam yerdəyişmə ayrı-ayrı pillələrin yerdəyişmələrinin cəmi kimi təyin olunur.

$$\Delta \ell = \Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 + \Delta \ell_3 + \dots = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \ell_i}{E_i F_i} \quad (2.10)$$

Milin öz çəkisi təsirindən yaranan yerdəyişməni təyin edək. (2.9) ifadəsinə əsasən yazı bilərik:



Şəkil 2.3.

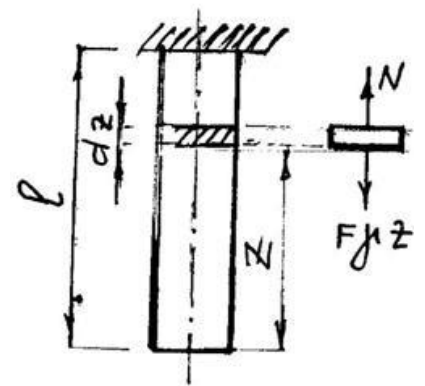
$$\Delta(dz) = d(\Delta \ell) = \frac{F \gamma z}{E F} \cdot dz = \frac{\gamma z}{E} dz$$

Alınan ifadəni milin uzunluğu boyu $z = 0 \div \ell$ intervalında integrallayaq:

$$\Delta \ell = \int_0^{\ell} \frac{\gamma}{E} z dz = \frac{\gamma \ell^2}{2E} = \frac{G \ell}{2EF}$$

$$\Delta \ell = \frac{G \ell}{2EF} \quad (2.11)$$

burada $G = F \gamma \ell$ olmaqla milin çəkisi, γ - milin hazırlandığı materialın xüsusi çəkisidir.



Şəkil 2.4.

Milin öz çəkisindən yaranan yerdəyişmə bu çəkiyə bərabər və milin sonundan tətbiq olunmuş xarici qüvvədən yaranan yerdəyişmədən iki dəfə azdır.

İxtiyari z koordinatının ayırdığı kəsikdəki yerdəymə, bu kəsikdən yuxarıdakı hissənin $((\ell - z)$ uzunluqlu hissənin) yerdəyişməsinə bərabərdir.

Misal. Sxemdə göstərilmiş milin öz çəkisi təsirindən onun eninə kəsiklərində yaranan normal qüvvə, normal gərginlik və yerdəyişməni hesablayaraq epyurlarını qurmaq tələb olunur.

Verilir: $\ell = 100 \text{ m}$; $F = 20 \text{ sm}^2$; $\gamma = 78 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$; $E = 2,0 \cdot 10^5 \text{ mpa}$.

Həlli:

I – I kəsiyi

$$0 \leq z \leq \ell$$

$$\sum z(P_i) = N_z - G_z = 0$$

$$N_z = F \gamma z$$

$z = 0$ olduqda; $N_z = 0$,

$z = \ell$ olduqda; $N_z = 20 \cdot 10^{-4} \cdot 100 \cdot 78 = 15,6 \text{ kN}$

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} = \gamma z$$

$z = 0$ olduqda; $\sigma_z = 0$,

$z = \ell$ olduqda; $\sigma_z = 78 \cdot 100 = 7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 7,8 \text{ mpa}$.

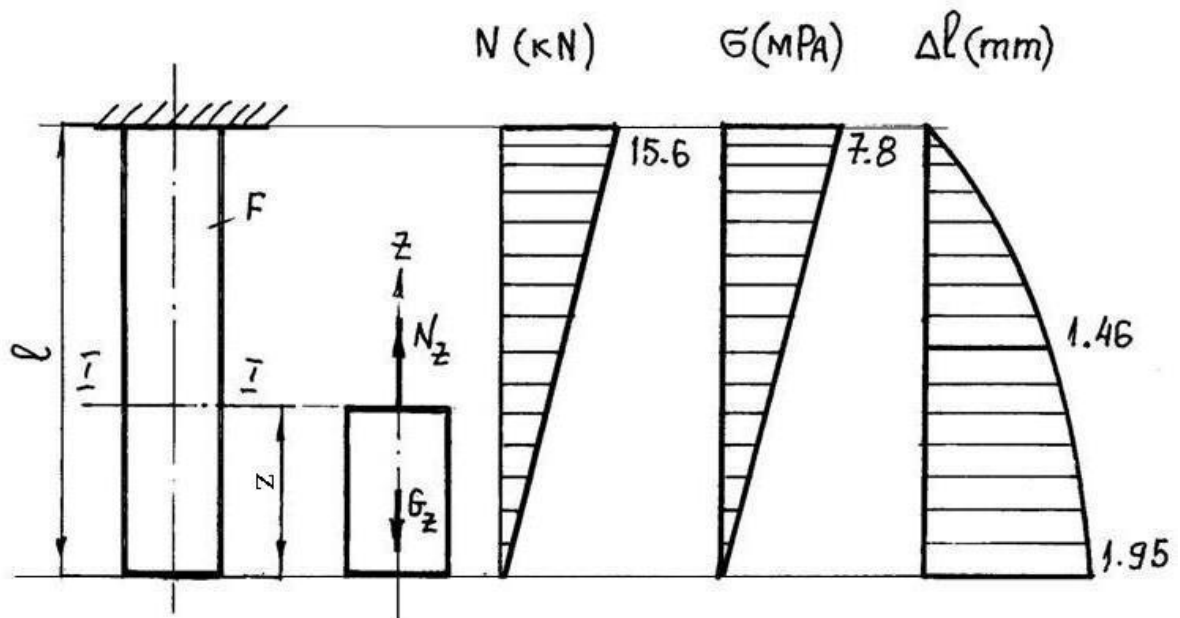
$$\Delta \ell = \frac{\gamma}{2E} (\ell^2 - z^2)$$

$z = \ell$ olduqda; $\Delta \ell = 0$,

$z = \frac{\ell}{2}$ olduqda; $\Delta \ell = \frac{78(100^2 - 50^2)}{2 \cdot 2 \cdot 10^8} = 1,46 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,46 \text{ mm}$,

$z = 0$ olduqda; $\Delta \ell = \frac{78 \cdot 100^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^8} = 19,5 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 1,95 \text{ mm}$.

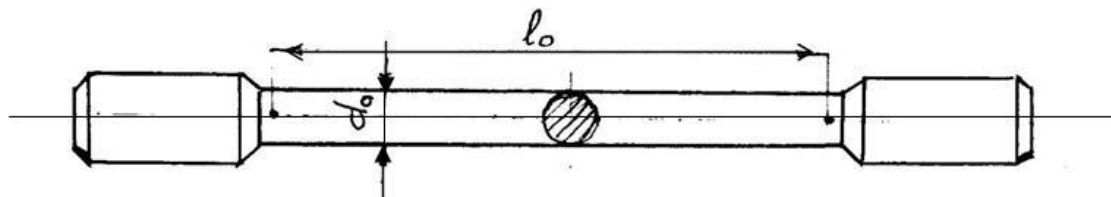
Normal qüvvə və gərginliyin ifadəsi düz xətt, yerdəyişmənin isə kvadrat parabola tənliyidir. Normal qüvvə və normal gərginlik epyurada düz xətt, yerdəyişmə əyri xətt qanunu ilə dəyişir.



§12. Dartılma diaqramı

Materialın mexaniki xassələrini, plastiki deformasiyalar və ya dağılma həddində gərginliyin həddi qiymətini təyin etmək üçün dartılma diaqramından istifadə olunur.

Dartılma diaqramı tədqiq olunan materialdan hazırlanmış nümunəni laboratoriya şəraitində xüsusi maşında qırılana qədər statik yük altında dartmaqla qururlar. Təcrübə zamanı adətən silindrik formalı $d_0 = 20$ mm və işlək uzunluğu $\ell_0 = 10d_0$ olan nümunələrdən istifadə olunur.



Şəkil 2.5.

Təcrübə zamanı mütləq uzanma ($\Delta\ell$) və yük (P) arasındakı asılılıq avtomatik olaraq yazılır.

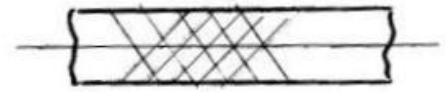
Eyni materialdan müxtəlif ölçülü nümunələr üçün qurulmuş diaqramları müqayisə etmək üçün ($\sigma - \varepsilon$) koordinat sistemindən istifadə olunur. Ordinat oxunda $\sigma = \frac{P}{F}$ olan normal gərginliyi, absisdə isə $\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0}$ olmaqla nisbi deformasiyanı qeyd edirlər. Burada F – nümunənin deformasiyaya qədərki en kəsiyinin sahəsi, ℓ_0 – onun əvvəlki işlək uzunluğudur.

Diaqramdan göründüyü kimi OA parçasında gərginliklə deformasiya düz mütənasib olaraq dəyişir. A- nöqtəsi mütənasiblik həddi adlanır. Bu nöqtəyə qədər material Huk qanununa tabe olur. Polad 3 materialı üçün bu hədd $\sigma_{m.h.} \cong 200$ mpa qəbul olunur. Yükün sonrakı artımlarında diaqram əyrixətli alınır və o, C- nöqtəsinə çatır. Bu nöqtədən başlayaraq deformasiya qüvvənin sabit qiymətində artır. Ü fiqi xətt olan CD – axma həddi adlanmaqla $\sigma_{ax.}$ kimi işarə olunaraq polad 3 materialı üçün $\sigma_{ax.} \cong 240$ mpa qəbul olunur.

Bəzi materiallar üçün diaqram axma həddi olmadan alınır. Belə materiallarda şərti axma həddi tapılır.

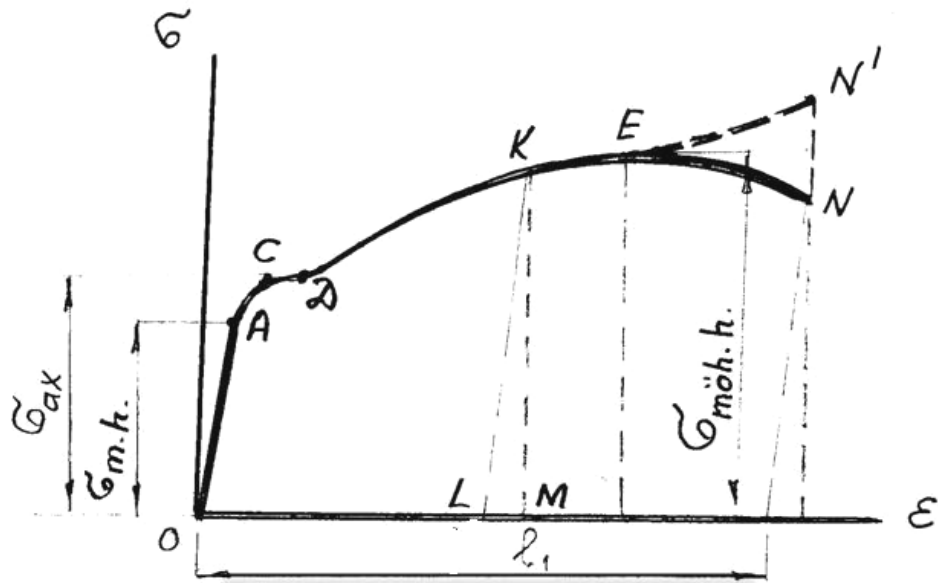
Təcrübələr göstərir ki, axma həddində materialın kristaliki quruluşunda dəyişiklik baş verir. Yəni kristallar sürüşür. Bu zaman nümunənin səthində onun oxu ilə 45° bucaq təşkil edən Lyuders-Çernov xətləri müşahidə olunur (şəkil 2.6).

Axma həddinin sonunda deformasiya, qüvvənin yeni artımı ilə yaranır. Bu zaman qüvvənin kiçik artımı böyük deformasiyalar yaradır. E-nöqtəsi



Şəkil 2.6.

ən böyük şərti gərginliyə uyğun gəlir. Nümunədə boyuncuq yaranır (şəkil 2.8). En kəsinin sahəsi və ona uyğun olaraq qüvvənin qiyməti azalır.



Şəkil 2.7.

N-nöqtəsində qırılma baş verir. En kəsin ölçüsünün azalmasını nəzərə almaq mümkün olarsa, nümunə N' nöqtəsində qırılır, yəni gərginlik azalmaz, əksinə çoxalardı.

Sayıdığımız mexaniki xarakteristikalardan əlavə nisbi qalıq uzanmanı da təyin etmək olar.



Şəkil 2.8.

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\%$$

l_1 – qırılmadan sonrakı uzunluqdur.

Materialın mexaniki xassələrinə, zaman və temperatur əsaslı şəkildə təsir edir.

§13. Ehtiyat əmsalı

Məlumdur ki, konstruksiya hissəsinin hazırlandığı materialın xassələri və onlara təsir edən həqiqi yüklər hesablama üçün qəbul olunmuş xassələr və yüklərdən kəskin şəkildə fərqlənə bilər.

Hissələrin möhkəmliyini azaldan faktorlar təsadüfi xarakter daşıyırlar. Onların təhlükəsiz işini təmin etmək üçün müəyyən ölçü götürülməsi lazım gəlir. Yəni hissələrin eninə kəsiklərində yaranan gərginliklərin möhkəmlik həddindəki gərginlikdən kiçik olması təmin edilir.

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{m\ddot{o}h.h}}{n} \quad (2.12)$$

Burada $[\sigma]$ - buraxıla bilən gərginlik; n – möhkəmliyə ehtiyat əmsalı; $\sigma_{m\ddot{o}h.h}$ – möhkəmlik həddinə uyğun gərginlikdir. Plastik materiallarda bu hədd- axma həddi, kövrək materiallarda isə möhkəmlik həddi götürülür.

Beləliklə, müxtəlif faktorları nəzərə alan ehtiyat əmsalı hissənin təhlükəsiz işini təmin etmək üçündür.

Mərkəzi dartılma-sıxılma deformasiyasında möhkəmlik şərti

$$\sigma_{mak} = \frac{N}{F} \leq [\sigma] \quad (2.13)$$

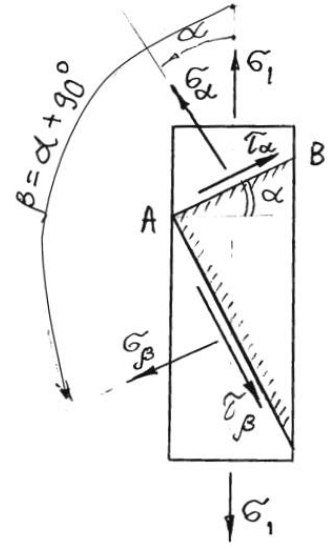
kimi tərtib olunur.

§14. Mərkəzi dartılma-sıxılmada mail kəsikdə yaranan gərginliklər

Mərkəzi dartılma-sıxılmada konstruksiya hissəsinin möhkəmliyi haqqında tam fikir yürütmək üçün onun mail kəsiklərində yaranan gərginlikləri də təyin etmək lazımdır.

Milin oxuna perpendikulyar kəsiyindəki normal gərginliyin $\left(\sigma_1 = \frac{N}{F}\right)$ məlum olduğunu qəbul edərək onun eninə kəsiyi ilə ixtiyari α bucağı əmələ gətirən AB kəsiyindəki gərginlikləri təyin edək. Bu kəsiyin normalı σ_1 gərginliyi ilə α -bucağı əmələ gətirir. Bucağın saat əqrəbinin əksi istiqamətində dönməsini müsbət istiqamət qəbul edək.

Milin eninə kəsik sahəsini F , mail kəsiyin sahəsini F_α ilə işarə etsək $F_\alpha = \frac{F}{\cos \alpha}$ olar.



Şəkil 2.9.

Ümumi halda AB kəsiyində σ_α və τ_α gərginlikləri yaranır. Bu kəsikdən aşağıda qalan hissəyə təsir edən qüvvələri $\bar{n}$ normalı istiqamətində proyektəndirək (şəkil 2.10).

$$\begin{aligned}\sigma_\alpha \cdot F_\alpha - \sigma_1 \cdot F \cdot \cos \alpha &= 0 \\ \sigma_\alpha &= \sigma_1 \cdot \cos^2 \alpha\end{aligned}\quad (2.14)$$

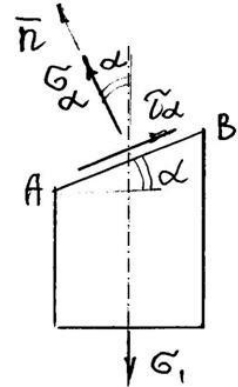
həmin qüvvələri τ_α istiqamətində proyektəndirsək alarıq:

$$\begin{aligned}\tau_\alpha \cdot F_\alpha - \sigma_1 \cdot F \cdot \sin \alpha &= 0 \\ \tau_\alpha &= \frac{1}{2} \sigma_1 \cdot \sin 2\alpha\end{aligned}\quad (2.15)$$

Bucağın müsbət qiymətində və $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ intervalında τ_α müsbət alınır ki, bu da gərginliyin müsbət istiqamətinin sxemdə düzgün göstərildiyini təsdiq edir.

(2.14) və (2.15) tənliklərindən görünür:

- a) $\alpha=0$ olduqda $\sigma_\alpha = \sigma_1$; $\tau_\alpha = 0$;
- b) $\alpha=90^\circ$ olduqda $\sigma_\alpha = 0$; $\tau_\alpha = 0$ olur;



Şəkil 2.10.

c) $\alpha=45^0$ olduqda $\tau_\alpha = \tau_{\max} = \frac{1}{2} \sigma_1$ qiymətini- yəni maksimum qiymətini alır.

Lyuders-Çernov xətləri də bu kəsikdə müşahidə olunur.

§15. Toxunan gərginliklərin qoşalılığı qanunu

Normal və toxunan gərginlikləri iki bir-birinə perpendikulyar kəsiklərdə təyin edək.

AB kəsiyinə perpendikulyar yeni kəsiyin (şəkil 2.9) normalı σ_1 gərginliyi ilə $\beta = \alpha + 90^0$ bucağı əmələ gətirir. (2.14) və (2.15) tənliklərində α əvəzində β yazmaqla hesablayırıq:

$$\sigma_\beta = \sigma_1 \cos^2(\alpha + 90^0) = \sigma_1 \sin^2 \alpha \quad (2.16)$$

$$\tau_\beta = \frac{1}{2} \sin 2(\alpha + 90^0) = -\frac{1}{2} \sigma_1 \sin 2\alpha \quad (2.17)$$

(2.14) və (2.16) tənliklərini tərəf-tərəfə toplamaqla alarıq: $\sigma_\alpha + \sigma_\beta = \sigma_1$.

İki biri-birinə perpendikulyar kəsiklərdə yaranan normal gərginliklərin cəmi sabit olub σ_1 gərginliyinə bərabərdir.

(2.15) və (2.17) tənliklərini müqayisə edək:

$$\tau_\alpha = -\tau_\beta$$

İki biri-birinə perpendikulyar kəsiklərdə təsir edən toxunan gərginliklər qiymətcə bərabər, işarəcə əksdirlər.

Bu qanun toxunan gərginliklərin qoşalılığı qanunu adlanır.

§16. Dartılma-sıxılmada deyormasiyanın potensial enerjisi

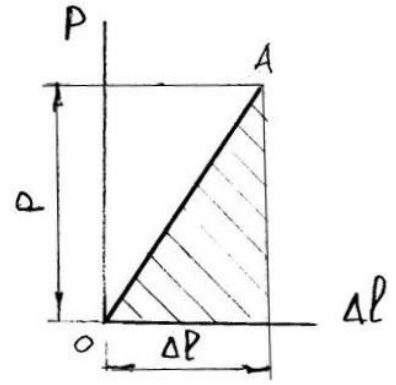
Mərkəzi dartılma-sıxılmada milə statiki şəkildə təsir edən xarici qüvvələr onu deformasiyaya uğradaraq müəyyən iş görürlər. Bu iş milin daxilində potensial

enerji şəklində toplanır. Qüvvənin təsiri kəsildikdən sonra bu enerji mili öz əvvəlki vəziyyətinə qaytarmağa sərf olunur.

Yükləmənin müəyyən həddinə qədər milə statiki şəkildə təsir edən xarici qüvvələrin gördüyü iş

$$A = \frac{1}{2} \cdot P \cdot \Delta \ell \quad (2.18)$$

ifadəsi ilə hesablanır.



Şəkil 2.11.

Qüvvələr dinamik şəkildə təsir etdikdə (2.18) ifadəsində $\frac{1}{2}$ əmsalı olmur.

Deformasiya zamanı xarici qüvvələrlə yanaşı daxili qüvvələr də müəyyən iş görür. Daxili qüvvələr yerdəyişmənin əksinə yönəldiyindən onların gördüyü iş mənfi qiymətləndirilir.

Daxili qüvvələrin gördüyü elementar iş (2.18) ifadəsinə uyğun şəkildə hesablanır:

$$dW = -\frac{1}{2} N \cdot \Delta(dz) \quad (2.19)$$

burada N – daxili qüvvələr; $\Delta(dz)$ – isə dz uzunluqlu elementar hissənin deformasiyasıdır.

Huk qanunua görə yazı bilərik:

$$\Delta(dz) = \frac{Ndz}{EF},$$

Onda

$$dW = -\frac{1}{2} \frac{N^2 dz}{EF} \text{ olar.}$$

Daxili qüvvələrin gördüyü tam işi, alınmış ifadəni milin uzunluğu boyu integrallamaqla təyin etmək olar.

$$W = \frac{1}{2} \int_0^\ell \frac{N^2 dz}{EF}$$

Milin uzunluğu boyu N , E və F sabit olarsa

$$W = -\frac{N^2 \ell}{2EF} \quad (2.20)$$

alınar.

Qiymətcə daxili qüvvələrin gördüyü işə bərabər, işarəcə əks olan kəmiyyət deformasiyanın potensial enerjisi adlanır.

$$U = -W = \frac{N^2 \ell}{2EF} \quad (2.21)$$

Vahid həcmdə toplanan enerji xüsusi potensial enerjidir.

$$u = \frac{U}{V} = \frac{N^2 \ell}{2EF} \cdot \frac{1}{F\ell} = \frac{\sigma^2}{2E}$$

Huk qanununu (2.8) nəzərə almaqla

$$u = \frac{1}{2} \varepsilon \sigma \quad (2.22)$$

olduğunu təyin edirik. Bu ifadə dartılma-sıxılmada deformasiyanın xüsusi potensial enerjisidir.

§17. Mərkəzi dartılma-sıxılmada statik həll olunmayan sistemlər

Dartılma-sıxılma deformasiyasında daxili qüvvələri statikanın müvazinət tənlikləri ilə təyin oluna bilməyən sistemlər statik həll olunmayan sistemlər adlanırlar.

Müstəvi məsələlər üçün üç müvazinət tənliyi yazmaq mümkündür. Verilmiş sistemdə məchulların sayı həmin sistem üçün yazılması mümkün olan müvazinət tənliklərinin sayından çox olduqda o, statik həll olunmayan hesab olunur. Bu fərq 1-ə bərabər olduqda sistem 1 dəfə, 2-yə bərabər olduqda 2 dəfə, ..., n-ə bərabər olduqda n dəfə statik həll olunmayan olur.

Statik həll olunmayan sistemləri həll edərək daxili məchul qüvvələri təyin etmək üçün aşağıdakı ardıcılıqlar yerinə yetirilməlidir:

1. Verilmiş sistemin statik həll olunmamazlıq dərəcəsi müəyyən olunur;
2. Yazılması mümkün olan müvazinət tənlikləri tərtib olunur;
3. Statik həll olunmamazlıq dərəcəsinin sayı qədər əlavə deformasiya (yerdəyişmə) tənlikləri tərtib olunur;

4. Müvazinət tənlikləri ilə yerdəyişmə tənlikləri birlikdə həll olunaraq məchul qüvvələr təyin olunur.

Statik həll olunmayan sistemlərdə daxili qüvvələri təyin etmək üçün aşağıdakı misalların həllini araşdıraraq.

Misal 1. Sxemdə verilmiş (şəkil 2.12 a) pilləvari brusun dayaqlarında yaranan reaksiya qüvvələrini hesablamaq tələb olunur.

Pilləvari brusun A və B dayaqlarında R_A və R_B reaksiya qüvvələri yaranır. Sistemə təsir edən aktiv və reaktiv qüvvələr bir xətt üzrə düzüldüyündən yalnız bir müvazinət tənliyi yazmaq mümkündür.

$$\sum Z(P_i) = R_A + R_B - P = 0$$

$$R_A + R_B = P \quad (a)$$

Göründüyü kimi iki məchula qarşı bir müvazinət tənliyi yazmaq mümkün olur. Ona görə də sistem bir dəfə statik həll olunmayan hesab olunur.

Məchul qüvvələri təyin etmək üçün bir əlavə deformasiya (yerdəyişmə) tənliyi tərtib etmək lazım gəlir.

Sistemi şərti olaraq B dayağından azad etsək (şəkil 2.12 b) o, P -qüvvəsi təsirindən $\Delta \ell_p$ qədər yerdəyişmə alar. Divarlar arasında məsafə dəyişməz qaldığından brus R_B – reaksiya qüvvəsi təsirindən həmin qədər geriye yerdəyişmə almalıdır.

Sistem üçün deformasiya tənliyi

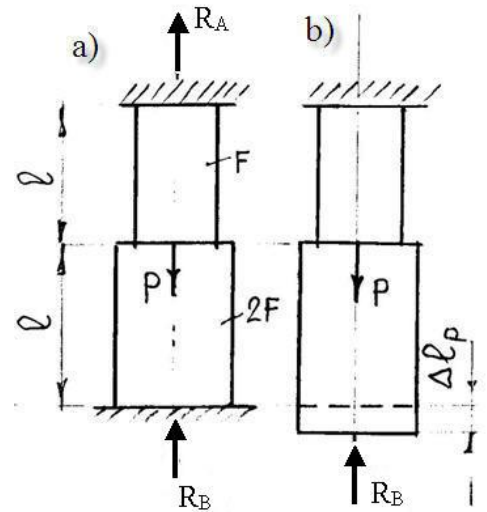
$$\Delta \ell = 0 \quad (b)$$

şəklində tərtib olunur. Bu tənliyi açıq şəkildə yazaq:

$$\Delta \ell = \Delta \ell_p + \Delta \ell_{R_B} = 0$$

Huk qanunundan istifadə etməklə alarıq:

$$\frac{P\ell}{EF} - \left(\frac{R_B\ell}{2EF} + \frac{R_B\ell}{EF} \right) = 0$$



Şəkil 2.12.

§18. Quraşdırma gərginlikləri

Konstruksiya elementlərinin dəqiq hazırlanmamasından quraşdırma zamanı bu elementlərdə daxili qüvvə və gərginliklər yaranır.

Quraşdırma gərginlikləri yalnız statik həll olunmayan sistemlərdə əmələ gəlir.

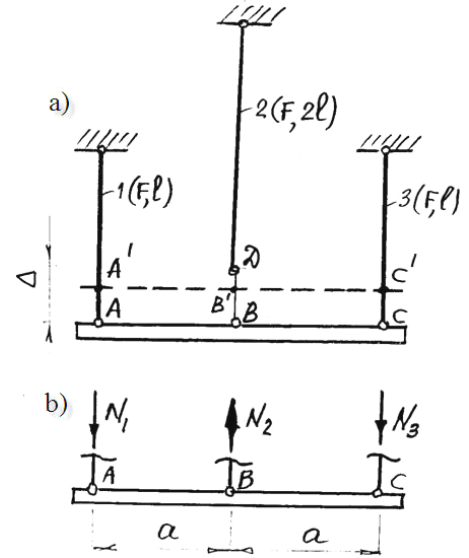
Tutaq ki, sxemdə (şəkil 2.14 a) göstərilmiş sistemin orta mili Δ qədər qısa hazırlanmışdır. Quraşdırma zamanı hər üç mildə daxili qüvvələr yaranır (şəkil 2.14 b).

Müvazinət tənliklərini tərtib edək

$$\left. \begin{aligned} \sum Z(P_i) &= N_2 - N_1 - N_3 = 0 \\ \sum M_B(P_i) &= N_1 a - N_3 a = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} N_1 + N_3 &= N_2 \\ N_1 &= N_3 \end{aligned} \right\}$$

(a)



Şəkil 2.14.

Üç məchula qarşı iki müvazinət tənliyi tərtib etmək mümkün olduğundan sistem bir dəfə statik həll olunmayan hesab olunur. Bir əlavə deformasiya tənliyi tərtib edək.

Quraşdırma zamanı B və D nöqtələri ixtiyari B' nöqtəsində görüşür. AC mütləq sərt brusu A'C' vəziyyətini alır. Kənar millər uyğun olaraq AA' və CC' qədər qısalma, orta mil isə DB' qədər uzanma deformasiyası alır.

Deformasiya tənliyini tərtib edək:

$$AA' = CC' = BB' = BD - DB',$$

$$AA' = CC' = \Delta \ell_1 = \Delta \ell_3; BD = \Delta; DB' = \Delta \ell_2 \text{ olduğundan}$$

$$\Delta \ell_1 = \Delta - \Delta \ell_2 \quad (b)$$

olduğunu yazı bilərik.

Huk qanununu nəzərə almaqla təyin edirik:

$$\frac{N_1 \ell}{EF} = \Delta - \frac{N_2 2\ell}{EF}$$

$$N_1 + 2N_2 = \Delta \cdot \frac{EF}{\ell} \quad (c)$$

(a) sistemi və (c) tənliyini birlikdə həll etməklə hesablayırıq:

$$\left. \begin{array}{l} N_1 + N_3 = N_2 \\ N_1 = N_3 \\ N_1 + 2N_2 = \Delta \frac{EF}{\ell} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} N_1 = N_3 = \Delta \cdot \frac{EF}{5\ell} \\ N_2 = \Delta \cdot \frac{2EF}{5\ell} \end{array} \right.$$

Onda millərdə yaranan gərginliklər

$$\sigma_1 = \sigma_3 = -\frac{N_1}{F_1} = -\Delta \cdot \frac{E}{5\ell}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \Delta \cdot \frac{2E}{5\ell}$$

olar.

§19. Temperatur dəyişməsindən yaranan gərginliklər

Statik həll olunan sistemlərdə temperatur dəyişməsindən konstruksiya hissələrində gərginliklər yaranmır, çünki bu hissələr bütün istiqamətlərdə sərbəst olaraq ölçülərini dəyişirlər.

Tutaq ki, sabit en kəsiklər ℓ uzunluqlu mil sxemdə (şəkil 2.15) göstərildiyi kimi bərkidilmişdir.

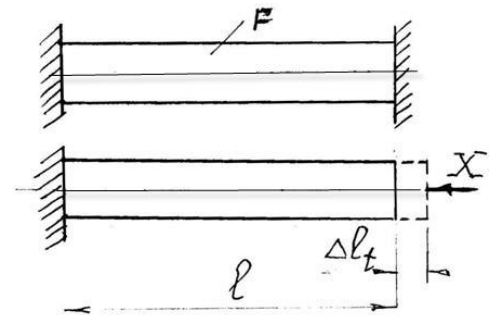
Temperatur Δt qədər dəyişdikdə mil, sağ dayaq olmasaydı

$$\Delta \ell_t = \alpha \ell \Delta t \quad (2.23)$$

qədər uzununa istiqamətdə yerdəyişmə alardı.

α - materialın istidən genişlənmə əmsalıdır.

Divarlar arasındakı məsafə dəyişməz qaldığından



Şəkil 2.15.

yaza bilərik:

$$\Delta l = \Delta l_t + \Delta l_x = 0$$

Burada Δl_x – X dayaq reaksiyası təsirindən yaranan yerdəyişmədir. Yeninə yazmaqla təyin edirik:

$$\alpha l \Delta t - \frac{Xl}{EF} = 0$$

$$X = EF\alpha\Delta t.$$

Milin eninə kəsiyində temperatur dəyişməsindən yaranan gərginlik

$$\sigma_t = \frac{X}{F} = \alpha E \Delta t \quad (2.24)$$

olar. Göründüyü kimi temperatur dəyişməsindən yaranan gərginlik milin həndəsi ölçülərindən asılı olmur.

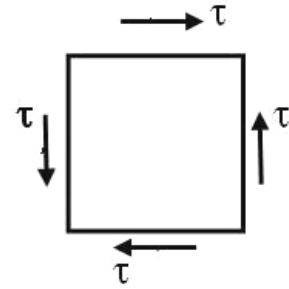
FƏSİL 3.

SÜRÜŞMƏ

Üzlərində yalnız toxunan gərginliklər təsir edən elementin deformasiyalı halı **xalis sürüşmə** adlanır.

Dairəvi en kəsikli burulan milin bütün nöqtələri xadis sürüşməyə işləyir.

Xalis sürüşmədə möhkəmliyə hesablamadan əlavə toxunan gərginliyə görə də hesablama aparmaq lazımdır. Belə hesablama sürüşməyə və ya kəsilməyə hesablama adlanır.



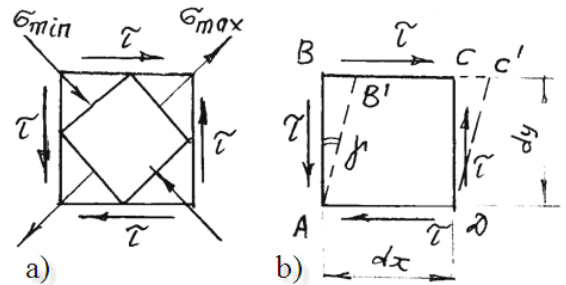
Şəkil 3.1.

§20. Sürüşmədə Huk qanunu

Xalis sürüşmədə baş gərginliklərin qiymətcə bərabər, işarəcə əks olduqlarını isbat etmək olar.

$$\sigma_{\max} = \pm \tau \quad (3.1)$$

Baş gərginliklərdən ikisinin sıfırdan fərqli olması sürüşmənin müstəvi gərginlikli hal olduğunu göstərir. Üzlərdəki normal gərginliklər sıfıra bərabər olduğundan baş sahələr $\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \infty$, $\alpha_0 = 45^\circ$ bucaq qədər dönür (şəkil 3.2 a).



Şəkil 3.2.

ABCD düzbucaqlısı deformasiyadan sonra AB'C'D vəziyyətini alır (AD tərəfinin bağlı olduğu qəbul olunur şəkil 3.2 b).

γ - bucaq deformasiyası və ya sürüşmə bucağı adlanır.

Təcrübələr göstərir ki, bir sıra materiallar üçün yükləmənin müəyyən həddinə qədər gərginliklə deformasiya arasında xətti asılılıq mövcuddur.

$$\tau = \gamma \cdot G \quad (3.2)$$

Bu ifadə sürüşmədə Huk qanunu adlanır. Burada G – sürüşmə və burulma deformasiyalarında elastiklik modulu və ya ikinci dərəcəli elastiklik moduludur.

§21. Sürüşmədə deformasiyanın potensial enerjisi. E , G və μ arasında əlaqə

Sürüşmədə deformasiyanın potensial enerjisini hesablayaq. AD tərəfinin bağlandığını qəbul edək (şəkil 3.2 b). Onda, üst hissənin (BC) yerdəyişməsində ($BB'=CC'$) $\tau\delta dx - qüvvəsi \gamma dy$ yerdəyişməsində müəyyən iş görür (δ - baxılan elementin enidir). Bu elementdə toplanan elementar potensial enerji

$$dU = \frac{1}{2} \tau \gamma \delta dx dy \quad (3.3)$$

olar.

Xüsusi potensial enerjiini təyin edək:

$$u = \frac{dU}{dV} = \frac{dU}{\delta dx dy} = \frac{1}{2} \tau \gamma \quad (3.4)$$

Huk qanununu (3.2 ifadəsini) nəzərə almaqla alarıq:

$$u = \frac{1}{2} \frac{\tau^2}{G} \quad (3.5)$$

Xüsusi potensial enerjini müstəvi gərginlikli hal üçün baş gərginliklərlə ifadə edək.

$$u = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\sigma_1\sigma_3) \quad (3.6)$$

Bu ifadədə $\sigma_1=\tau$; $\sigma_3=-\tau$ olduğunu nəzərə almaqla təyin edirik:

$$u = \frac{\tau^2(1+\mu)}{E} \quad (3.7)$$

(3.5) və (3.7) ifadələrini müqayisə etməklə alarıq:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (3.8)$$

Bu ifadə materialın üç sabiti arasında asılılıq düsturudur. Məsələn, polad 3 materialı üçün $E=2 \cdot 10^5$ mpa, $\mu=0,3$ olduğunu bilərək $G \approx 8 \cdot 10^4$ mpa olduğunu təyin edirik.

FƏSİL 4.

YASTI KƏSİKLƏRİN HƏNDƏSİ XARAKTERİSTİKALARI

§22. Statik momentlər

Möhkəmliyə, sərtliyə və dayanıqlığa hesablamalarda bəzi həndəsi xarakteristikalarından – statik momentlər, ox ətalət momentləri, qütb ətalət momentləri, müqavimət momentləri və s. istifadə olunur. Ona görə də onların öyrənilməsi vacib sayılır.

Kəsiyin, kəsik müstəvisi üzərindəki ixtiyari x – oxuna nəzərən statik momenti S_x -lə işarə olunur və aşağıdakı integralla hesablanır (şəkil 4.3).

$$S_x = \int_F y dF \quad (4.9)$$

y – elementar dF sahəciyindən x – oxuna qədər məsafədir.

Analoji olaraq yazı bilərik:

$$S_y = \int_F x dF \quad (4.10)$$

Statik momentlər uzunluq ölçüsünün kub dərəcəsi ilə ölçülməklə (mm^3 , sm^3 , ...) müsbət, mənfi və sıfır qiymətləri ala bilərlər.

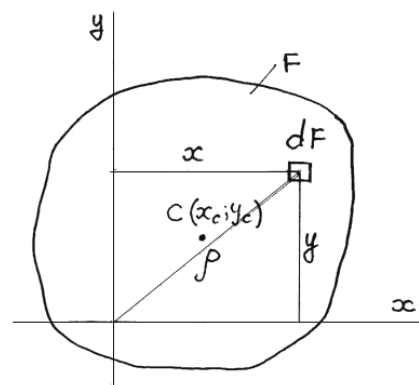
Nəzəri mexanika kursundan məlum teoremə əsasən yazı bilərik:

$$\left. \begin{aligned} S_x &= \int_F y dF = y_c \cdot F \\ S_y &= \int_F x dF = x_c \cdot F \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

burada F – kəsiyin bütün sahəsi; x_c və y_c bu kəsiyin ağırlıq mərkəzinin koordinatlarıdır.

Onda ağırlıq mərkəzinin koordinatları uyğun olaraq

$$x_c = \frac{S_y}{F}; \quad y_c = \frac{S_x}{F} \quad (4.12)$$



Şəkil 4.3.

ifadələri ilə hesablanıla bilər.

Kəsik mürəkkəb formalı olduqda onu sadə həndəsi fiqurlara ayıraraq ümumi statik momentləri onların statik momentlərinin cəmi kimi hesablamaq olar.

$$\begin{aligned} S_y &= S_y^I + S_y^{II} + \dots \\ S_x &= S_x^I + S_x^{II} + \dots \end{aligned}$$

§23. Ətalət momentləri

Ox ətalət momentləri. Kəsiyin, kəsik müstəvisi üzərindəki ixtiyari x , y oxlarına nəzərən ox (ekvatorial) ətalət momentləri həndəsi xarakteristika olub aşağıdakı integrallarla hesablanır (şəkil 4.3).

$$\begin{aligned} J_x &= \int_F y^2 dF; \\ J_y &= \int_F x^2 dF. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Ox ətalət momentləri uzunluq ölçüsünün dördüncü dərəcəsi ilə (mm^4 , sm^4 , ...) ölçülüb həmişə müsbət qiymətlər alır.

Qütb ətalət momenti. Kəsiyin, kəsik müstəvisi üzərindəki koordinat başlanğıcına görə qütb ətalət momenti həndəsi xarakteristika olub aşağıdakı integralla hesablanır.

$$J_p = \int_F \rho^2 dF \quad (4.14)$$

ρ - koordinat başlanğıcından elementar sahəciyə qədər olan məsafədir.

Qütb ətalət momenti uzunluq ölçüsünün dördüncü dərəcəsi ilə ölçülüb (mm^4 ; sm^4 ; ...) həmişə müsbət qiymətlər alır.

Sxemdən göründüyü kimi $\rho^2 = x^2 + y^2$ -dir. Onda (4.14) ifadəsinə əsasən yazıla bilər:

$$J_p = \int_F \rho^2 dF = \int_F (x^2 + y^2) dF = J_x + J_y.$$

Mərkəzdənqaçma ətalət momenti. Kəsiyin, kəsik müstəvisi üzərindəki ixtiyari x, y oxlarına nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momenti həndəsi xarakteristika olub aşağıdakı integralla hesablanır:

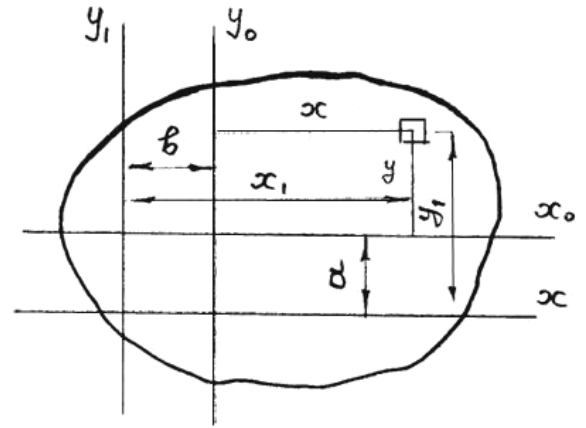
$$J_{xy} = \int_F xy dF \quad (4.15)$$

Mərkəzdənqaçma ətalət momenti uzunluq ölçüsünün dördüncü dərəcəsi ilə (mm^4 ; sm^4 ; ...) ölçülüb müsbət, mənfi və sıfır qiymətlər ala bilər. Əgər biri-birinə perpendikulyar x, y oxlarından ən azından biri simmetriya oxu olarsa, bu oxa və ona perpendikulyar istənilən bütün oxlara nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momenti sıfıra bərabər olar.

§24. Paralel oxlara nəzərən ətalət momentləri arasında asılılıqlar

Kəsiyin, kəsik müstəvisi üzərindəki ixtiyari x_0, y_0 oxlarına nəzərən ətalət momentləri ($J_{x_0}, J_{y_0}, J_{x_0y_0}$) məlum olduqda bu müstəvi üzərində və həmin oxlara paralel ixtiyari x_1, y_1 oxlarına nəzərən ətalət momentlərini hesablamaq olar.

Sxemdən görünür ki, $y_1 = (a + y)$ -dir. Bu ifadəni (4.13) tənliklərindən birincisində yerinə yazmaqla təyin edirik:



Şəkil 4.4.

$$J_{x_1} = \int_F y_1^2 dF = \int_F (a + y)^2 dF = a^2 \int_F dF + 2a \int_F y dF + \int_F y^2 dF$$

$$J_{x_1} = J_{x_0} + 2aS_{x_0} + a^2F$$

X_0 oxunun kəsiyin ağırlıq mərkəzindən keçdiyini qəbul etsək $S_{x_0} = 0$ olduğuna görə alarıq:

$$J_{x_1} = J_{x_0} + a^2F \quad (4.16)$$

Analoji olaraq yazı bilərik:

$$J_{y_1} = J_{y_0} + b^2 F, \quad (4.17)$$

$$J_{x_1 y_1} = J_{x_0 y_0} + abF. \quad (4.18)$$

Burada a və b məsafələri uyğun oxlar arasındakı məsafələrdir.

§25. Bəzi sadə kəsiklərin ətalət momentləri

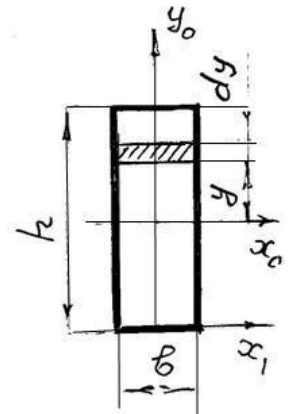
Hesablamalarda tez-tez rast gəlinən bəzi sadə kəsiklərin ətalət momentlərinin hesablanması qaydasını araşdırıq.

Düzbucaqlı. Düzbucaqlının ağırlıq mərkəzindən keçən mərkəzi x_0 oxuna nəzərən ox ətalət momentini hesablayaq

$$J_{x_0} = \int_F y^2 dF$$

burada $dF = b \cdot dy$ olduğunu bilərək təyin edirik:

$$J_{x_0} = \int_{-h/2}^{h/2} y^2 b dy = \frac{bh^3}{12} \quad (4.19)$$



Şəkil 4.5.

Analoji olaraq yazı bilərik:

$$J_{y_0} = \frac{hb^3}{12} \quad (4.20)$$

Düzbucaqlının oturacağından keçən oxa nəzərən ox ətalət momenti

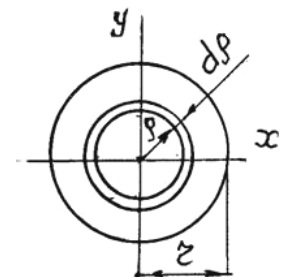
$$J_{x_1} = J_{x_0} + a^2 \cdot F = \frac{bh^3}{12} + \left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot bh = \frac{bh^3}{3} \quad (4.21)$$

olar.

Dairə. Dairənin ağırlıq mərkəzinə (koordinat başlanğıcına) nəzərən qütb ətalət momentini təyin edək

$$J_p = \int_F \rho^2 dF$$

$d\rho$ qalınlıqlı zolağın sahəsinin $dF = 2\pi\rho d\rho$ olduğu bilərək hesablayırıq:



Şəkil 4.6.

$$J_{\rho} = \int_0^r \rho^2 2\pi\rho d\rho = \frac{\pi r^4}{2} \quad (4.22)$$

Digər tərəfdən $J_{\rho} = J_x + J_y$ və $J_x = J_y$ olduğundan

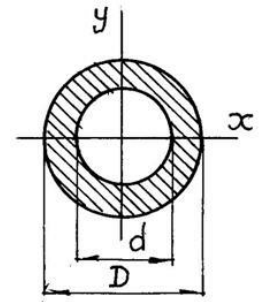
$$J_x = J_y = \frac{1}{2} J_{\rho} = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64} \quad (4.23)$$

təyin edirik.

Həlqə. Həlqənin mərkəzi oxlarına nəzərən ox ətalət momentlərini dairə üçün çıxarılmış düsturları əsas götürməklə hesablayırıq:

$$J_{x_0} = J_{y_0} = \frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi D^4}{64} (1 - \alpha^4) \quad (4.24)$$

burada $\alpha = \frac{d}{D}$ -dir.



Şəkil 4.7.

Üçbucaq. Üçbucağın təpə nöqtəsindən oturacağına paralel oxa nəzərən, ox ətalət momentini təyin edək.

$$J_x = \int_F y^2 dF$$

elementar sahəcik $dF = b_x \cdot dy$ -dir.

Oxşarlıqdan yazı bilərik:

$$\frac{b_x}{b} = \frac{y}{h} \Rightarrow b_x = \frac{b}{h} \cdot y$$

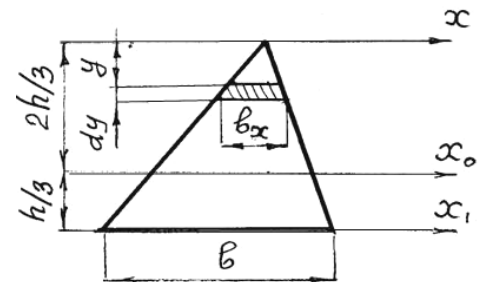
$$J_x = \int_0^h \frac{b}{h} y^3 dy = \frac{bh^3}{4} \quad (4.25)$$

Üçbucağın ağırlıq mərkəzindən keçən oxa nəzərən ox ətalət momentini hesablayaq.

$$J_x = J_{x_0} + a^2 \cdot F$$

$$J_{x_0} = J_x - a^2 \cdot F = \frac{bh^3}{4} - \left(\frac{2}{3}h\right)^2 \cdot \frac{1}{2}bh$$

$$J_{x_0} = \frac{bh^3}{36} \quad (4.26)$$



Şəkil 4.8.

Ü çbucağın oturacağından keçən oxa nəzərən isə

$$J_{x_1} = J_{x_0} + a^2 \cdot F = \frac{bh^3}{36} + \left(\frac{h}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}bh$$

$$J_{x_1} = \frac{bh^3}{12} \quad (4.27)$$

olar.

§26. Çevrilmiş oxlara nəzərən ətalət momentləri arasındakı asılılıqlar

Kəsiyin, kəsik müstəvisi üzərindəki ixtiyari x, y oxlarına nəzərən ətalət momentlərinin (J_x, J_y, J_{xy}) məlum olduğunu qəbul edək. Bu oxların həmin müstəvi üzərində α bucağı qədər dönməsindən yaranan yeni x_1, y_1 oxlarına nəzərən ətalət momentlərinin qiymətlərini hesablayaq.

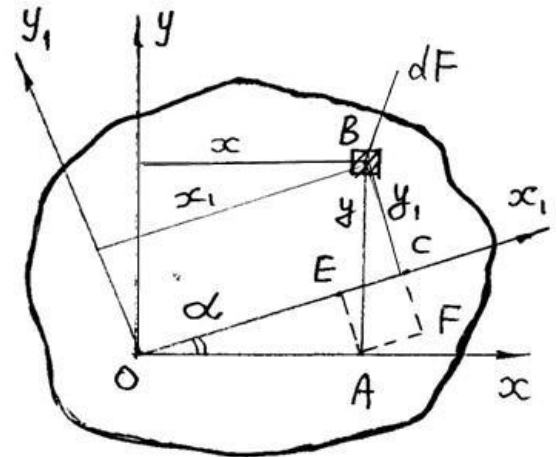
Şərti olaraq $J_x > J_y$ olduğunu qəbul edək.

Elementar dF sahəciyinin yeni sistemdəki koordinatları

$$x_1 = OE + AF = x \cos \alpha + y \sin \alpha,$$

$$y_1 = BF - AE = y \cos \alpha - x \sin \alpha \text{ olar.}$$

Yerinə yazmaqla təyin edirik:



Şəkil 4.9.

$$J_{x_1} = \int_F y_1^2 dF = J_x \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha - J_{xy} \sin 2\alpha \quad (4.28)$$

$$J_{y_1} = \int_F x_1^2 dF = J_x \sin^2 \alpha + J_y \cos^2 \alpha + J_{xy} \sin 2\alpha \quad (4.29)$$

$$J_{x_1 y_1} = \int_F x_1 y_1 dF = \frac{1}{2} (J_x - J_y) \sin 2\alpha + J_{xy} \cos 2\alpha \quad (4.30)$$

(4.28) və (4.29) tənliklərini tərəf-tərəfə toplasaq

$$J_x + J_y = J_{x_1} + J_{y_1}$$

olduğu məlum olar.

Kəsik müstəvisi üzərindəki iki biri-birinə perpendikulyar oxlara nəzərən ox ətalət momentlərinin cəmi sabit olub α bucağından asılı deyil.

§27. Baş oxlar. Baş ətalət momentləri

Bucağın qiymətindən asılı olaraq ox ətalət momentlərinin qiymətləri dəyişir. Onun elə $\alpha = \alpha_0$ qiymətini tapmaq olar ki, bu vəziyyətdə ox ətalət momentləri öz ekstremum qiymətlərini alsın.

$$\left. \frac{dJ_{x_1}}{d\alpha} \right|_{\alpha=\alpha_0} = -2J_x \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + 2J_y \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 - 2J_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0$$

$$\frac{1}{2}(J_x - J_y) \sin 2\alpha_0 + J_{xy} \cos 2\alpha_0 = J_{x_1 y_1} \Big|_{\alpha=\alpha_0} = 0 \quad (a)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2J_{xy}}{J_x - J_y} \quad (4.31)$$

$\alpha = \alpha_0$ bucağı altında keçən oxlar baş oxlar, bu oxlara nəzərən ətalət momentləri isə baş ətalət momentləri adlanırlar. Baş oxlar ağırlıq mərkəzindən keçdikdə onlara mərkəzi baş oxlar deyilir. (a) ifadəsindən göründüyü kimi baş oxlara nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momentinin qiymət sıfıra bərabər olur.

Baş oxlara nəzərən ətalət momentlərinin qiymətlərini (4.28) və (4.29) ifadələrində $\alpha = \alpha_0$ yazmaqla və ya triqonometrik funksiyalardan azad olunaraq

$$\left. \begin{matrix} J_{\max} \\ J_{\min} \end{matrix} \right\} = \left. \begin{matrix} J_u \\ J_v \end{matrix} \right\} = \frac{J_x + J_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4J_{xy}^2} \quad (4.32)$$

ifadələri ilə hesablamaq olar.

§28. Müqavimət momentləri

Kəsiyin kəsik müstəvisi üzərindəki ixtiyari oxa nəzərən müqavimət momenti, bu oxa nəzərən ətalət momentinin, oxdan kəsiyin kənarına qədər olan məsafənin maksimum qiymətinə olan nisbətinə bərabərdir.

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}; \quad W_y = \frac{J_y}{x_{\max}} \quad (4.33)$$

Müqavimət momenti uzunluq ölçüsünün kub dərəcəsi ilə (mm³, sm³, ...) ölçülməklə müsbət qiymətlər alır.

Düzbucaqlının mərkəzi oxlarına nəzərən müqavimət momentləri

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} = \frac{bh^3}{12} : \frac{h}{2} = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{hb^2}{6},$$

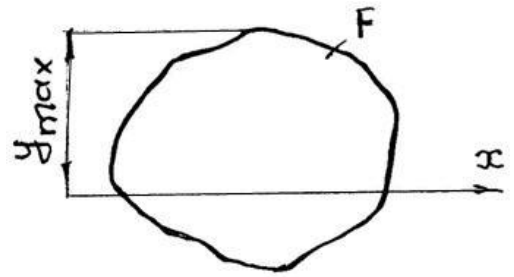
dairəvi kəsiklərdə ox müqavimət momenti

$$W_x = W_y = \frac{J_x}{y_{\max}} = \frac{\pi d^4}{64} : \frac{d}{2} = \frac{\pi d^3}{32} \cong 0,1d^3,$$

qütb müqavimət momenti isə

$$W_p = \frac{J_p}{\rho_{\max}} = \frac{\pi d^4}{32} : \frac{d}{2} = \frac{\pi d^3}{16} \cong 0,2d^3$$

ifadələri ilə hesablanır.



Şəkil 4.10.

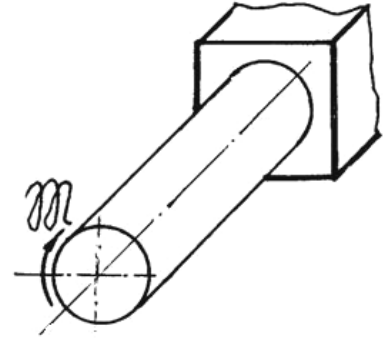
FƏSİL 5.

BURULMA

§29. Eninə kəsiyi dairəvi olan brusların burulması

Eninə kəsiklərində **burucu moment** daxili qüvvə amili yaranan millər burulma deformasiyasına məruz qalırlar. Adətən burucu momentlər qayış, zəncir və s. ötürmələri ilə verilən xarici qüvvələr tərəfindən yaranır (şəkil 5.1).

Bəzi hallarda kəsiyin mərkəzindən müəyyən məsafədə təsir edən qüvvələr də burulma yaradır. Lakin bu zaman eninə kəsiklərdə burucu momentlə yanaşı əyici moment və kəsici qüvvə də alınır (şəkil 5.2).



Şəkil 5.1.



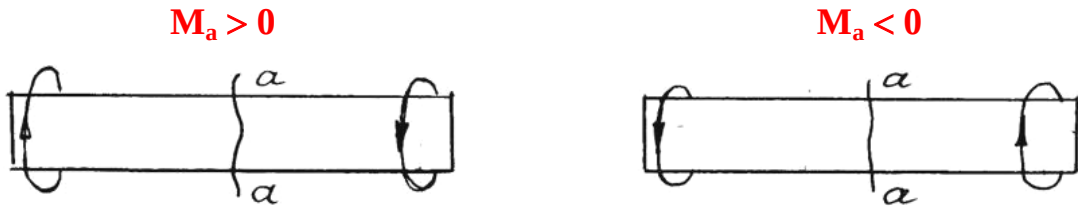
Şəkil 5.2.

Burulmaya işləyən fırlanan millər val adlanırlar.

Xarici qüvvələrin təsirindən eninə kəsiklərdə yaranan burucu momenti təyin etmək üçün kəsmə üsulundan istifadə olunur.

Burucu momentin işarəsi şərti qəbul olunur.

Müvazinətinə baxılan kəsiyə kəsik tərəfindən baxdıqda bu kəsiyi saat əqrəbinin əksi istiqamətində fırladan



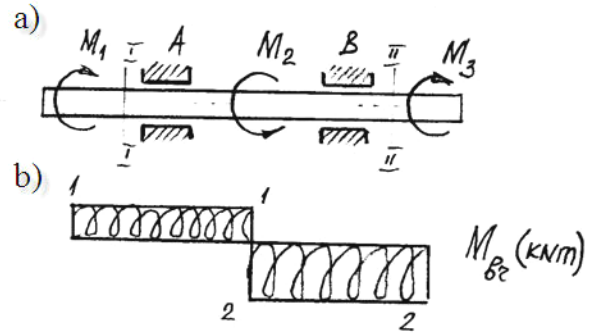
Şəkil 5.3.

xarici qüvvənin yaratdığı burucu moment (kəsik üzərindəki daxili qüvvə) müsbət, əks halda isə mənfi qəbul olunur.

Burucu momentin valın oxu boyunca dəyişməsinə əyani göstərmək üçün burucu moment epyuru qurulur.

Sxemdə verilmiş (şəkil 5.4 a) valın ayrı-ayrı məntəqələrində burucu momenti hesablayaraq epyurunu quraq.

Vala təsir edən xarici momentlərin ($M_1=1 \text{ kNm}$, $M_2=3 \text{ kNm}$, $M_3 = 2 \text{ kNm}$) cəbri cəmi



Şəkil 5.4.

$$\sum M_z = M_1 - M_2 + M_3 = 0$$

sıfıra bərabər olduğundan onun müvazinətdə olduğunu deyə bilərik.

I məntəqə

$$M_{br_1} = M_1 = 1,0 \text{ kNm}$$

II məntəqə

$$M_{br_2} = M_1 - M_2 = -M_3 = -2 \text{ kNm}.$$

Aldığımız qiymətlər əsasında burucu moment epyurunu (şəkil 5.4 b) qururuq. A və B yasdıqlarında burucu moment yaranmır.

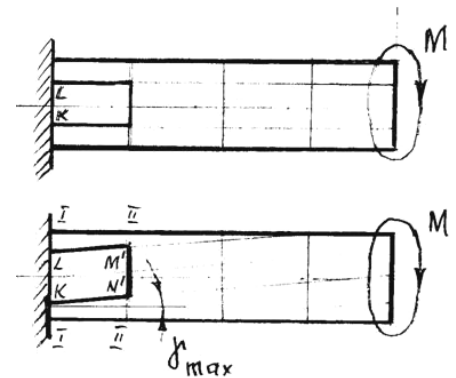
§30. Burulmada toxunan gərginlik

Burulmaya işləyən milin eninə kəsiklərində yaranan burucu moment, qiymət-cə, bu kəsikdə səpələnmiş toxunan gərginliklərindən alınmış momentə bərabərdir. Eninə kəsiklərdə səpələnmiş toxunan gərginliklərin təyin olunması tələb olunur.

Milin səthi üzərində onun oxuna paralel və perpendikulyar olmaqla xətlər çəkək.

Deformasiyadan sonra müşahidə olunur:

1. Səth üzərindəki düzbucaqlılar paralelograma çevrilirlər. Bu, eninə həm də qoşalılıq qanununa görə uzununa kəsiklərdə toxunan gərginliklərin olduğunu göstərir.



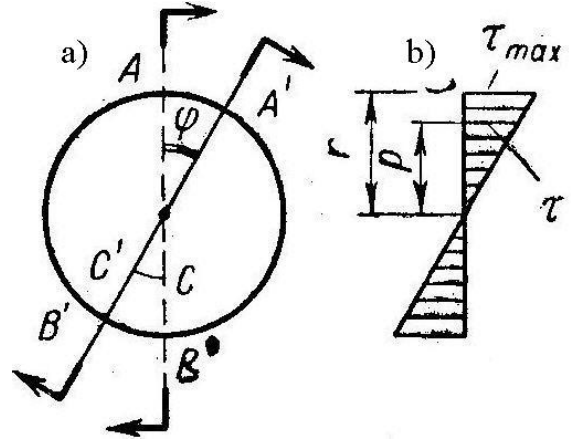
Şəkil 5.5.

2. Şaquli xətlər arasındakı məsafələr eləcə də milin uzunluğu və diametri dəyişməz qalır. Bu isə eninə və uzununa kəsiklərdə normal gərginliklərin yaranmadığını göstərir.

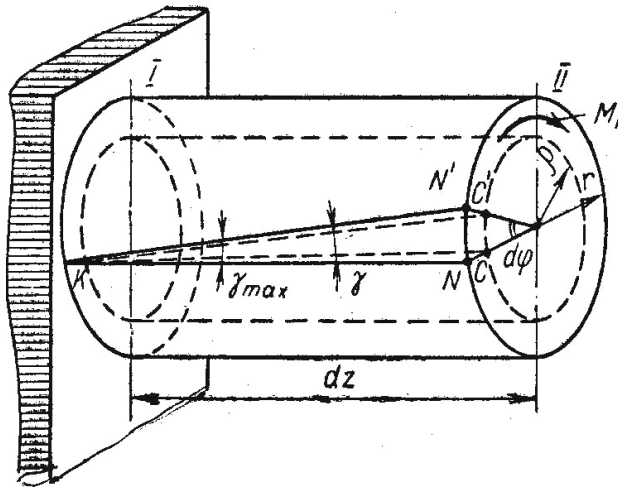
Beləliklə, deyə bilərik ki, milin eninə və uzununa kəsiklərində yalnız toxunan gərginliklər təsir edir, yəni onun istənilən nöqtəsi xalis sürüşməyə məruz qalır.

3. Kənar kəsiyin AB diametri öz düzxətliliyini saxlamaqla müəyyən φ bucağı qədər dönür (şəkil 5.6 a). Hesab etmək olar ki, digər kəsiklərin diametrləri də öz düzxətlliliklərini saxlayırlar.

Burulmaya işləyən milin eninə kəsiklərindəki toxunan gərginliklərin paylanma qanununu təyin etmək üçün I – I və II – II müstəviləri arasında qalan hissənin deformasiyasını araşdıraraq (şəkil 5.7).



Şəkil 5.6.



Şəkil 5.7.

KLMN düzbucaqlısının sürüşmə bucağı

$$\gamma_{\max} = \frac{NN'}{KN} = \frac{r d\varphi}{dz} \quad (a)$$

olar.

Milin baxılan hissəsində xəyalən ρ - radiuslu silindr kəsib ayırısaq, yaza bilərik:

$$\gamma = \frac{\rho d\varphi}{dz} \quad (b)$$

Sürüşmədə Huk qanununu nəzərə alaq:

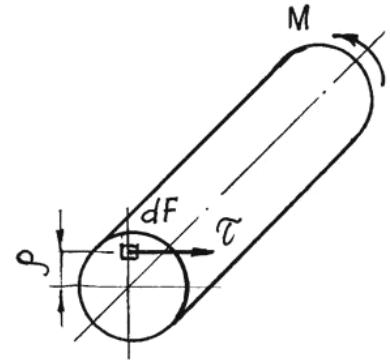
$$\tau = \gamma G = G \cdot \rho \cdot \frac{d\varphi}{dz} \quad (c)$$

Göründüyü kimi burulma deformasiyasında toxunan gərginliklə (τ) deformasiya $\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)$ düz mütənasıbdır. $\frac{d\varphi}{dz}$ həddi hər kəsik üçün sabitdir. Toxunan gərginliyin epyuru şəkil 5.6 b-də göstərilmişdir. Gərginliyin paylanma qanunu məlum olduqda onun qiymətini müvazinət tənliyindən təyin etmək olar.

Sxemdə göstərilmiş (şəkil 5.8), kəsilib ayrılmış hissə üçün müvazinət tənliyini tərtib edək:

$$M - \int_F \tau \rho dF = 0 \quad (ç)$$

burada $\tau \rho dF$ – dF elementar sahəciyinə təsir edən burucu moment, $\int_F \tau \rho dF$ - baxılan kəsiyə təsir edən burucu momentdir.



Şəkil 5.8.

(c) ifadəsini (ç) -də nəzərə alaq:

$$M - G \frac{d\varphi}{dz} \int_F \rho^2 dF = 0 \quad (d)$$

$J_\rho = \int_F \rho^2 dF$ - kəsiyin qütb ətalət momentidir.

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M}{GJ_\rho} \quad (5.1)$$

Alınmış (5.1) düsturunu (c) ifadəsində yerinə yazmaqla təyin edirik:

$$\tau = \frac{M}{J_\rho} \cdot \rho \quad (5.2)$$

Baxılan hissəyə (şəkil 5.8) bir neçə xarici qüvvə təsir edərsə (5.2), ifadəsində M cüt qüvvəsi əvəzində onların cəbri cəmi olan $M_{br.}$ yazmaq lazımdır.

$$\tau = \frac{M_{br}}{J_{\rho}} \cdot \rho \quad (5.3)$$

bu ifadə burulan milin kəsiklərində yaranan toxunan gərginliklərin hesablama düsturudur. Göründüyü kimi, mərkəzdən eyni uzaqlıqda duran nöqtələrin toxunan gərginlikləri bərabərdir.

§31. Valların sətrliyə və möhkəmliyə hesabı

Məlum olduğu kimi burulmaya işləyən valın eninə kəsiklərində yaranan toxunan gərginliklər

$$\tau = \frac{M_{br}}{J_{\rho}} \cdot \rho$$

ifadəsi ilə hesablanır. Bu ifadədən göründüyü kimi ən böyük gərginlik kəsiyin səthi üzərində $\rho = r$ olduqda alınır.

$$\tau_{\max} = \frac{M_{br}}{J_{\rho}} \cdot r = \frac{M_{br}}{W_{\rho}}$$

burada $W_{\rho} = \frac{J_{\rho}}{r}$ - dairəvi kəsiyin qütb müqavimət momentidir.

Statiki şəkildə təsir edən yükə məruz qalan dairəvi en kəsikli val üçün möhkəmlik şərti

$$\tau_{\max} = \frac{M_{br}}{W_{\rho}} \leq [\tau] \quad (5.4)$$

kimi tərtib olunur. Nəzərə alsaq ki, dairəvi kəsiklərdə

$$W_{\rho} = \frac{J_{\rho}}{r} = \frac{\pi d^3}{16} \cong 0,2d^3 \text{-dur.}$$

Valın diametrini möhkəmlik şərtindən (5.4) hesablaya bilərik

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{br}}{0,2 \cdot [\tau]}} \quad (5.5)$$

Qüvvələrin statiki şəkildə təsiri zamanı toxunan gərginliyin braxılabilən qiyməti

$$[\tau] = (0,5 \div 0,6)[\sigma]$$

həddində qəbul olunur.

Valın sərtliyə hesabı burulma bucağından asılı olaraq tərtib olunur.

Əvvəlki mövzulardan burulma bucağının (4.1. ifadəsinə əsasən)

$$d\varphi = \frac{M_{br}}{GJ_p} \cdot dz$$

düsturu ilə hesablandığı məlumdur. ℓ - uzunluqlu hissədə isə

$$\varphi = \int_0^{\ell} \frac{M_{br}}{GJ_p} \cdot dz \quad (5.6)$$

GJ_p – burulmada valın sərtliyi adlanır.

Baxılan uzunluqda burucu moment və sərtlik sabit olarsa burulma bucağı

$$\varphi = \frac{M_{br} \cdot \ell}{GJ_p} \quad (5.7.)$$

düsturu ilə hesablanır.

Vahid uzunluqlu hissədəki burulma **nisbi burulma bucağı** adlanır.

$$\theta = \frac{\varphi}{\ell} = \frac{M_{br}}{GJ_p} \quad (5.8)$$

Valın sərtlik şərti

$$\theta = \frac{M_{br}}{GJ_p} \leq [\theta] \quad (5.9)$$

şəklində tərtib olunur. $[\theta]$ - buraxıla bilən nisbi burulma bucağıdır. Vahid uzunluğa düşən burulma bucağının buraxıla bilən qiyməti valın ölçülərindən və təyinatından asılı olaraq sorğu kitablarında verilir.

Dərəcə ilə sərtlik şərti

$$\theta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_{br} \cdot 100}{GJ_p} \leq [\theta] \quad (5.10)$$

kimi tərtib olunur. Bu şərtə əsasən $J_p \approx 0,1 \cdot d^4$ olduğunu bilərək, valın diametrini

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{180 \cdot M_{br} \cdot 100}{\pi \cdot G \cdot 0,1 \cdot [\theta]}} \quad (5.11)$$

ifadəsi ilə hesablaya bilərik.

§32. Burulmada deformasiyanın potensial enerjisi

Burulma deformasyiasında xarici qüvvələr valı deformasiyaya uğradaraq müəyyən iş görürlər. Bu iş valın daxilində potensial enerji şəklində toplanaraq qüvvənin təsiri kəsildikdən sonra onu öz əvvəlki vəziyyətinə qaytarmağa sərf olunur.

Statiki şəkildə təsir edən xarici qüvvələrin gördüyü iş

$$A = \frac{1}{2} \cdot M_{br} \cdot \varphi \quad (5.12)$$

ifadəsi ilə hesablanır.

Deformasiya zamanı daxili qüvvələr də müəyyən iş görür. Bu iş qiymətcə xarici qüvvələrin gördüyü işə bərabər olub, işarəcə əks olur.

$$W = -\frac{1}{2} \int_0^{\ell} \frac{M_{br}^2}{GJ_p} \cdot dz \quad (5.13)$$

Qiymətcə daxili qüvvələrin gördüyü işə bərabər, işarəcə əks olan kəmiyyət deformasiyanın potensial enerjisi adlanır.

$$U = -W = \frac{1}{2} \int_0^{\ell} \frac{M_{br}^2}{GJ_p} \cdot dz$$

ℓ - uzunluqlu hissədə burucu moment (M_{br}) və sətrlik (GJ_p) sabit olarsa potensial enerji

$$U = \frac{1}{2} \frac{M_{br}^2 \ell}{GJ_p} \quad (5.14)$$

ifadəsi ilə hesablanır.

FƏSİL 6.

ƏYİLMƏ

§33. Düzoxlu brusun əyilməsi

İstehsalatda, qüvvələrin təsir müstəvisinin milin oxundan keçən hallara tez-tez təsadüf olunur. Belə qüvvələrin təsirindən onun oxuna perpendikulyar kəsiklərində daxili qüvvə amilləri yaranır. Bu zaman mil əyilmə deformasiyasına məruz qalır. Yüklənmənin belə halı **əyilmə** adlanır.

Əyilməyə işləyən millər **tir** adlanırlar.

Əyilmə deformasiyasında düz oxlu tirin eninə kəsiklərində iki daxili qüvvə amili – **əyici moment** və **kəsici qüvvə** – yaranır. Bu halda əyilmə **sadə** və ya **eninə** əyilmə adlanır.

Eninə kəsiklərində yalnız əyici moment yaranan deformasiya isə **xalis** əyilmədir.

Qüvvələrin təsir müstəvisi tirin kəsiyinin baş oxlarından biri ilə üst-üstə düşən haldakı əyilmə **sadə** və ya **müstəvi** əyilmədir. Belə əyilmədə tirin əyilmiş oxu qüvvələrin təsir müstəvisi üzərində qalır.

§34. Tirin kəsiklərində yaranan daxili qüvvə amilləri

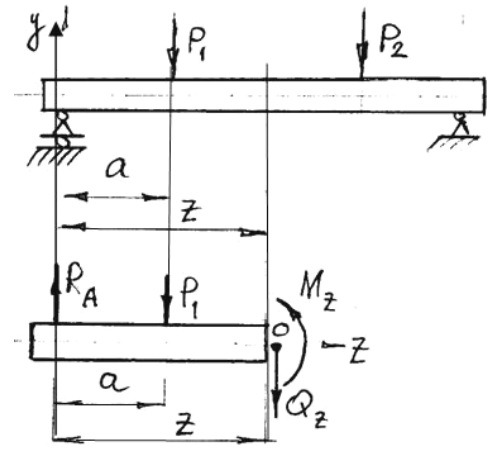
Məlumdur ki, sadə əyilmədə tirin eninə kəsiklərində iki daxili qüvvə amili – əyici moment (M_z) və kəsici qüvvə (Q_z) – yaranır. Burada əyici moment və kəsici qüvvənin M_z və Q_z kimi işarə olunması onların z koordinatından asılı funksiyalar olduğuna görədir.

Daxili qüvvə amillərinin təyin olunması üçün kəsmə üsulundan istifadə olunur (şəkil 6.1).

Kəsilib ayrılmış hissə üçün müvazinət tənliklərini tərtib edək:

$$\begin{aligned}
1. \sum Y(P_i) &= 0 \\
R_A - P_1 - Q_z &= 0 \\
Q_z &= R_A - P_1 \\
Q_z &= \sum (P_i)_y \quad (6.1)
\end{aligned}$$

Eninə kəsikdə yaranan kəsici qüvvə qiymətcə, bu kəsikdən bir tərəfə qalan bütün qüvvələrin kəsik müstəvisi üzərindəki proyeksiyalarının cəbri cəminə bərabərdir.



Şəkil 6.1.

$$\begin{aligned}
2. \sum M_0(P_i) &= 0 \\
R_A \cdot z - P_1(z - a) - M_z &= 0 \\
M_z &= R_A \cdot z - P_1(z - a) \\
M_z &= \sum M_0(P_i) \quad (6.2)
\end{aligned}$$

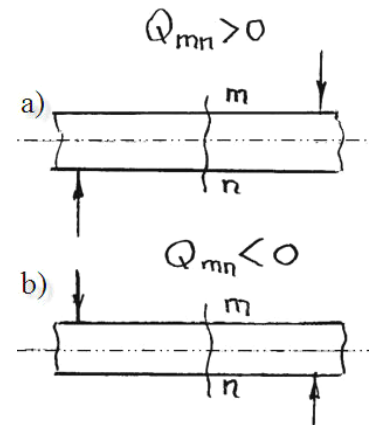
Eninə kəsikdə yaranan əyici moment qiymətcə, bu kəsikdən bir tərəfdə qalan qüvvələrdən həmin kəsiyin ağırlıq mərkəzinə nəzərən alınmış momentlərin cəbri cəminə bərabərdir.

§35. Əyici moment və kəsici qüvvənin işarələnmə qaydaları

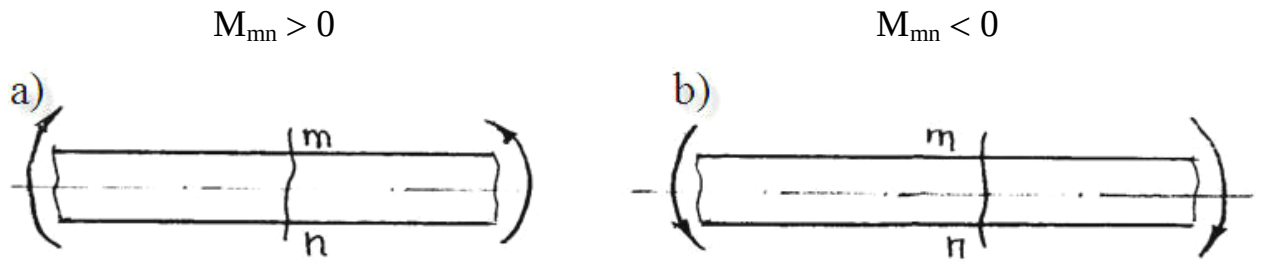
Tirin eninə kəsiklərində yaranan əyici moment və kəsici qüvvənin hesablanması üçün müəyyən işarələnmə qaydası qəbul olunur.

Kəsikdən sağda yuxarıdan aşağı kəsikdən solda aşağıdan yuxarı (şəkil 6.2 a) yönəlmiş qüvvələr kəsici qüvvə tənliyinə müsbət, əks halda isə (şəkil 6.2 b) mənfi işarə ilə daxil olurlar.

Kəsikdən sağda saat əqrəbinin əksi, kəsikdən solda saat əqrəbi isdiqamətində (şəkil 6.3 a) yönəlmiş qüvvələrin yaratdıqları momentlər əyici moment ifadəsinə müsbət, əks halda isə (şəkil 6.3 b) mənfi işarə ilə daxil olurlar.



Şəkil 6.2.



Şəkil 6.3.

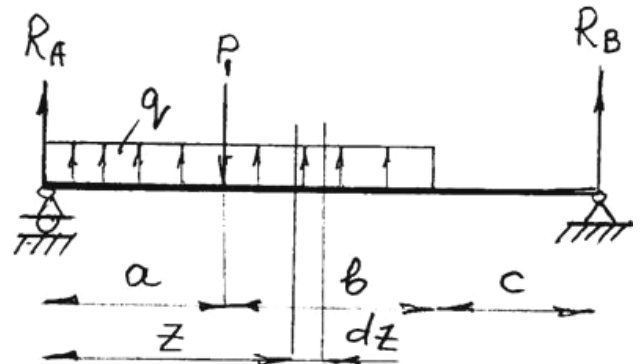
§36. Əyici moment, kəsici qüvvə və səpələnmiş yük arasındakı diferensial asılılıqlar

Əyici moment, kəsici qüvvə və səpələnmiş yük arasında müəyyən diferensial asılılıqlar mövcuddur.

Sxemdə göstərilmiş tir (şəkil 6.4) ixtiyari yüklərlə yüklənmişdir. Sol dayaqdan z məsafəsindəki kəsikdə yaranan kəsici qüvvəni təyin edək.

$$Q_z = R_A - P_1 + qz \quad (a)$$

z – cari koordinatı dz artımı olarsa, kəsici qüvvə də dQ_z elementar artımı alar.



Şəkil 6.4.

$$Q_z + dQ_z = R_A - P_1 + q(z + dz) \quad (b)$$

(a) və (b) ifadələrini tərəf-tərəfə çıxsaq

$$dQ_z = qdz \text{ və ya}$$

$$q = \frac{dQ_z}{dz} \quad (6.3)$$

alırıq.

Kəsici qüvvədən dəyişənə görə alınmış birinci tərtibdən diferensial həmin məntəqədəki yayılmış yükün intensivliyinə bərabərdir.

Sol dayaqdan ixtiyari z və $z + dz$ məsafələrdəki kəsiklərdə əyici moment ifadələrini tərtib edək.

$$M_z = R_A \cdot z - P_1(z - a) + q \frac{z^2}{2} \quad (c)$$

$$M_z + dM_z = R_A(z + dz) - P_1((z + dz) - a) + q \frac{(z + dz)^2}{2} \quad (ç)$$

(c) və (ç) ifadələrini tərəf-tərəfə çıxsaq alarıq:

$$dM_z = (R_A - P_1 + qz)dz = Q_z \cdot dz$$

burada sonsuz kiçik kəmiyyət olan $(dz)^2$ nəzərdən atılmışdır.

$$Q_z = \frac{dM_z}{dz} \quad (6.4)$$

Əyici moment ifadəsindən dəyişənə görə alınmış birinci tərtibdən diferensial həmin məntəqədəki kəsici qüvvəyə bərabərdir.

(6.4) ifadəsini (6.3)-də nəzərə almaqla təyin edirik:

$$q = \frac{d^2 M_z}{dz^2} \quad (6.5)$$

Əyici moment ifadəsindən dəyişənə görə alınmış ikinci tərtibdən diferensial həmin məntəqədəki yayılmış yükün intensivliyinə bərabərdir.

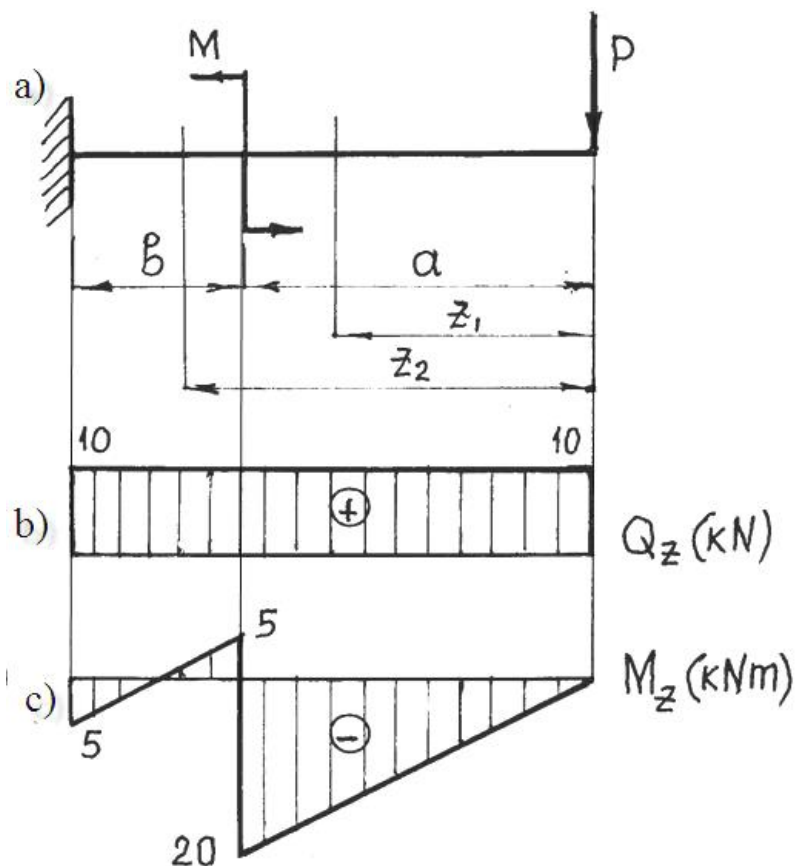
Şərhlənən diferensial asılılıqlardan aşağıdakı nəticələr çıxır.

1. Tirə, topa qüvvə təsir edən kəsikdə qüvvə epyurunda bu qüvvənin qiymətinə bərabər sıçrayış alınır.
2. Tirə, cüt qüvvə təsir edən kəsikdə moment epyurunda bu qüvvənin qiymətinə bərabər sıçrayış alınır.
3. Tirə yayılmış yük təsir edən məntəqədə qüvvə epyuru bucaq əmsallı düz xətt, moment epyuru isə əyiri xətt qanunu ilə dəyişir.
4. Tirə, sıpılənmiş yük təsir etməyən məntəqədə qüvvə epyuru sabit olur, moment epyuru isə bucaq əmsallı düz xətt qanunu ilə dəyişir.
5. Kəsici qüvvənin sıfıra bərabər olduğu kəsikdə əyici moment həmin məntəqə üçün ekstremum qiymətini alır.

§37. Əyici moment və kəsici qüvvə epyurlarının qurulması

Əyici moment və kəsici qüvvə epyurlarının qurulmasını aşağıdakı misallar üzərində şərh edək.

Misal 1. Sxemdə verilmiş (şəkil 6.5 a) tirin ayra-ayrı məntəqələrində əyici moment və kəsici qüvvə ifadələrini tərtib edərək hesablayıb epyurlarını quraq.



Şəkil 6.5.

Verilir: $a=2$ m; $b=1$ m; $P=10$ kN; $M=25$ kNm

Həlli:

Məntəqələrdə Q_z və M_z ifadələrini tərtib edərək hesablayaq. Kəsikləri tirin sərbəst tərəfinə yönəltməklə dayaq reaksiya qüvvələrinin hesablanmasından azad olmaq olar.

I məntəqə

$$0 \leq z_1 \leq a$$

$$Q_{z_1} = P = 10 \text{ kN},$$

$$M_{z_1} = -P \cdot z_1$$

$$z_1=0; \quad M_{z_1}=0$$

$$z_1 = a = 2 \text{ m}; \quad M_{z_1} = -10 \cdot 2 = -20 \text{ kNm}$$

II məntəqə

$$a \leq z_2 \leq a + b$$

$$Q_{z_2} = P = 10 \text{ kN},$$

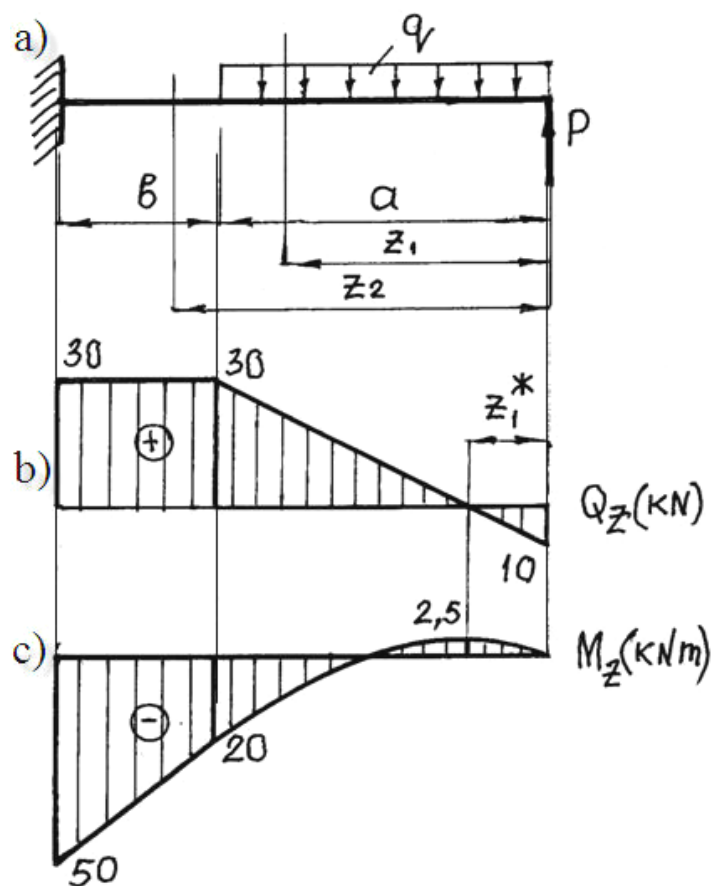
$$M_{z_2} = -P \cdot z_2 + M$$

$$z_2=a = 2 \text{ m}; \quad M_{z_2} = -10 \cdot 2 + 25 = 5 \text{ kN}$$

$$z_1 = a + b = 3 \text{ m}; \quad M_{z_2} = -10 \cdot 3 + 25 = -5 \text{ kNm}$$

Hesablanmış qiymətlər əsasında Q_z və M_z -in epyurlarını (şəkil 6.5. b, c) qururuq.

Misal 2. Sxemdə verilmiş (şəkil 6.6 a) tiri misal 1-in şərtləri daxilində həll edək.



Şəkil 6.6.

Verilir: $a = 2 \text{ m}$; $b = 1 \text{ m}$; $P = 10 \text{ kN}$; $q = 20 \text{ kN/m}$

Həlli:

I məntəqə

$$0 \leq z_1 \leq a$$

$$Q_{z_1} = -P + qz_1$$

$$z_1 = 0; \quad Q_{z_1} = -10 \text{ kN},$$

$$z_1 = a = 2 \text{ m}; \quad Q_{z_1} = -10 + 20 \cdot 2 = 30 \text{ kN}.$$

$$M_{z_1} = P \cdot z_1 - q \frac{z_1^2}{2}.$$

$$z_1 = 0; \quad M_{z_1} = 0,$$

$$z_1 = \frac{1}{2}a = 1 \text{ m}; \quad M_{z_1} = 10 \cdot 1 - 20 \cdot \frac{1}{2} = 0,$$

$$z_1 = a = 2 \text{ m}; \quad M_{z_1} = 10 \cdot 2 - 20 \cdot \frac{4}{2} = -20 \text{ kNm}.$$

Kəsici qüvvənin qiyməti mənfiyədən müsbət işarəyə dəyişərək sıfır qiyməti alır. Həmin kəsikdə əyici moment bu məntəqə üçün ekstremum qiymətinə malik olur.

$$Q_{z_1} = -P + q \cdot z_1^* = 0$$

$$z_1^* = 0,5 \text{ m},$$

$$M_{z_1}^* = 10 \cdot 0,5 + 20 \cdot \frac{0,25}{2} = 2,5 \text{ kNm}$$

II məntəqə

$$a \leq z_2 \leq a + b$$

$$Q_{z_2} = -P + q \cdot a = 30 \text{ kN},$$

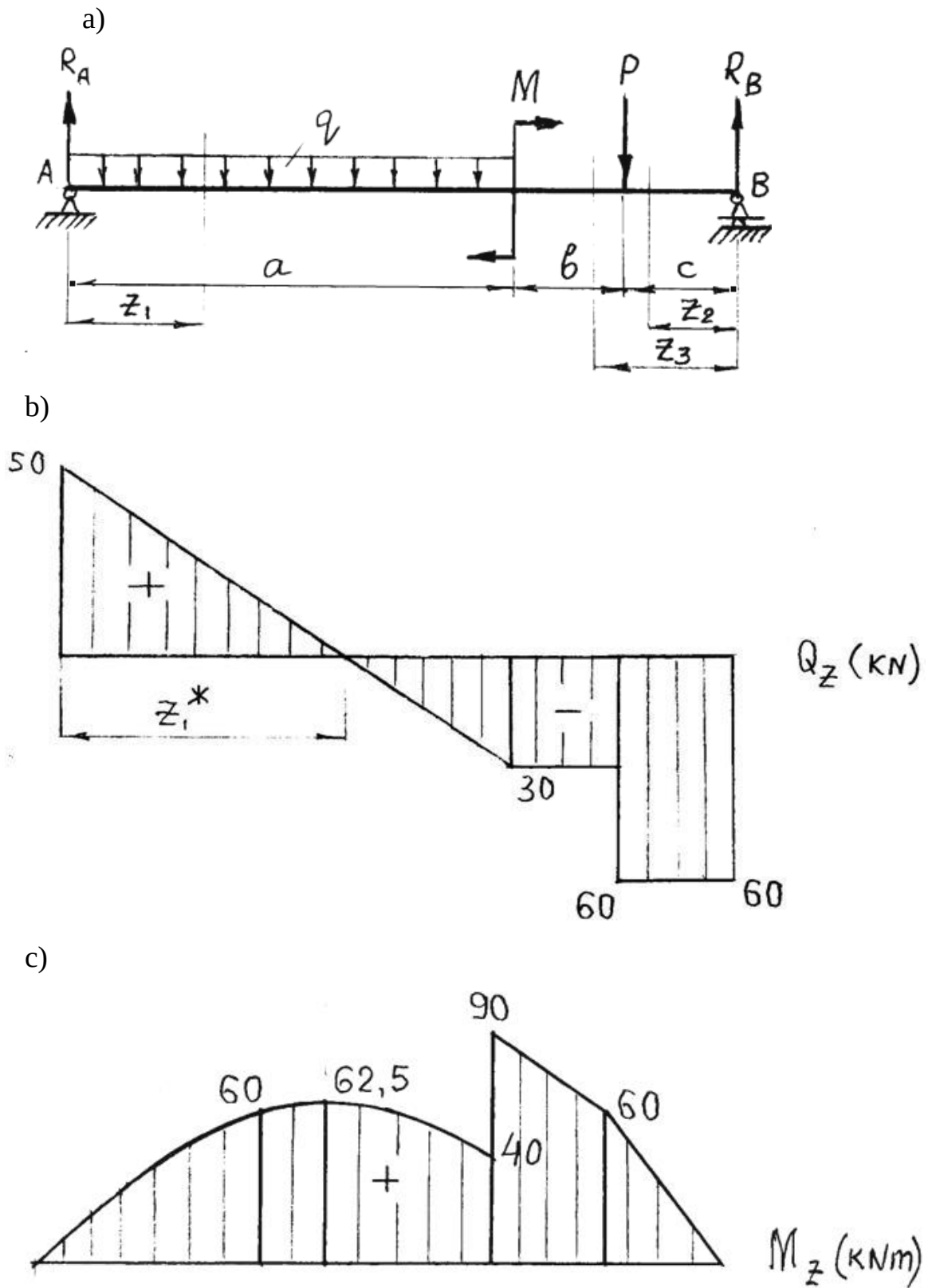
$$M_{z_2} = Pz_2 - qa \left(z_2 - \frac{a}{2} \right)$$

$$z_2 = a = 2 \text{ m}; \quad M_{z_2} = 10 \cdot 2 - 20 \cdot 2 \cdot 1 = -20 \text{ kNm},$$

$$z_2 = a + b = 3 \text{ m}; \quad M_{z_2} = 10 \cdot 3 - 20 \cdot 2 \cdot 2 = -50 \text{ kNm}.$$

Hesablanmış qiymətlər əsasında Q_z və M_z -in epyurlarını (şəkil 6.6. b, c) qururuq.

Misal 3. Sxemdə verilmiş (şəkil 6.7.) tirin ayrı-ayrı məntəqələrində əyici moment və kəsici qüvvə ifadələrini tərtib edərək hesablayıb epyurlarını quraq.



Şəkil 6.7.

Verilir: $a=4$ m; $b=c=1,0$ m; $P=30$ kN; $M=50$ kNm; $q=20$ kN/m.

Həlli:

Dayaq reaksiya qüvvələrini təyin edək.

$$\sum M_A = R_B(a + b + c) - P(a + b) - M - qa \cdot \frac{a}{2} = 0$$

$$6R_B = 30 \cdot 5 + 50 + 20 \cdot 4 \cdot 2$$

$$R_B = 60 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = R_A(a + b + c) - P \cdot c + M - q \cdot a \left(\frac{a}{2} + b + c \right) = 0$$

$$6R_A = 30 \cdot 1 - 50 + 20 \cdot 4 \cdot 4$$

$$R_A = 50 \text{ kN}$$

Yoxlama: $\sum Y(P_i) = R_A + R_B - P - q \cdot a = 0$

$$50 + 60 - 30 - 20 \cdot 4 = 0.$$

Məntəqələrdə əyici moment və kəsici qüvvə ifadələrini tərtib edərək hesablayaq.

I məntəqə

$$0 \leq z_1 \leq a$$

$$Q_{z_1} = R_A - qz_1,$$

$$z_1=0; \quad Q_{z_1} = 50 \text{ kN},$$

$$z_1 = a; \quad Q_{z_1} = -30 \text{ kNm}.$$

$$M_{z_1} = R_A \cdot z_1 - q \frac{z_1^2}{2}.$$

$$z_1 = 0; \quad M_{z_1} = 0,$$

$$z_1 = \frac{1}{2} a; \quad M_{z_1} = 60 \text{ kNm}$$

$$z_1 = a; \quad M_{z_1} = 40 \text{ kNm}.$$

Əyici momentin ekstremum qiymətini təyin edək:

$$Q_{z_1} = R_A - q \cdot z_1^* = 0$$

$$z_1^* = 2,5 \text{ m},$$

$$M_{z_1}^* = R_A \cdot z_1^* - q \cdot \frac{(z_1^*)^2}{2} = 62,5 \text{ kNm}.$$

II məntəqə

$$a \leq z_2 \leq c$$

$$Q_{z_2} = -R_B = -60 \text{ kN}$$

$$M_{z_2} = R_B \cdot z_2$$

$$z_2 = 0; \quad M_{z_2} = 0$$

$$z_2 = c; \quad M_{z_2} = 60 \text{ kNm}.$$

III məntəqə

$$c \leq z_3 \leq c + b$$

$$Q_{z_3} = -R_B + P = 30 \text{ kN}$$

$$M_{z_3} = R_B \cdot z_3 - P(z_3 - c)$$

$$z_2 = c; \quad M_z = 60 \text{ kNm}$$

$$z_3 = c + b; \quad M_{z_3} = 90 \text{ kNm},$$

Alınmış qiymətlər əsasında kəsici qüvvə və əyici moment epyurlarını (şəkil 6.7 b, c) qururuq.

§38. Əyilmədə normal gərginlik

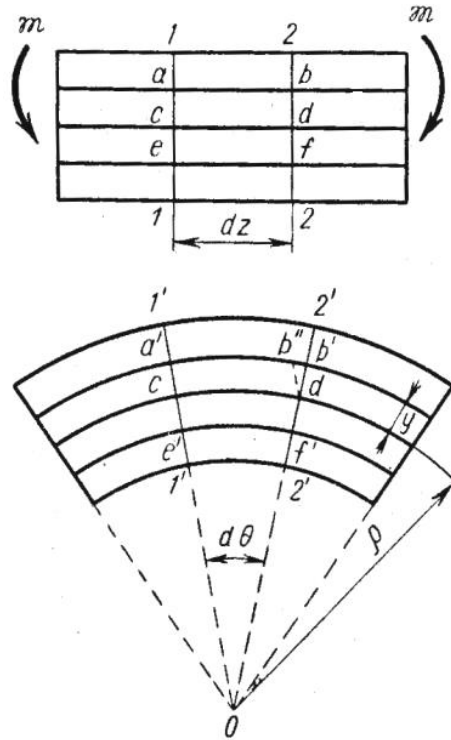
Məlumdur ki, xalis əyilmədə tirin eninə kəsiklərində bu kəsiyin baş oxlarından biri ilə üst-üstə düşən əyici moment daxili qüvvə amili yaranır.

Kəsikdə yaranan əyici moment qiymətcə, bu kəsikdə təsir edən normal qüvvələrdən alınmış momentə bərabərdir.

Eninə kəsiklərdə təsir edən daxili normal qüvvələrin paylanma qanunu və qiymətini təyin etmək üçün statikanın müvazinət tənlikləri kifayət etmir. Ona görə də tirin xalis əyilməyə məruz qalan məntəqəsindən kəsilib ayrılmış hissənin

deformasiyasını araşdıraraq. Baxılan hissənin səthi üzərində onun oxuna paralel və perpendikulyar xətlər çəkkək. Deformasiyadan sonra müşahidə olunur:

1. 1–1 və 2 – 2 xətləri öz düzxətlliliklərini saxlamaqla müəyyən $d\theta$ bucağı qədər dönürlər. Hesab etmək olar ki, bu xətlərin altındakı müstəvilər də öz müstəviliklərini saxlayırlar (yastı kəsiklər fərziyyəsi). Bu fərziyyə əsasında çıxarılmış hesablama düsturları kifayət qədər düzgün nəticələr verir.



Şəkil 6.8.

2. Qabarıq tərəfdə ab lifi uzanır, yəni dartılma deformasiyasına, çökək tərəfdəki ef lifi isə qısalır, yəni sıxılma deformasiyasına məruz qalır. cd lifinin uzunluğu isə dəyişməz qalır, yəni bu lif deformasiya olunmur. Onun altındakı qat da deformasiyaya uğramır. Bu qat **neytral** qat adlanır.

Neytral qatın kəsik üzərindəki izi **neytral xətt** və ya **neytral ox** adlanır.

Təcrübədən görünür ki, müxtəlif səviyyədəki liflər müxtəlif qiymətdə deformasiya olunur. Neytral oxdan uzaqlaşdıqca deformasiyanın qiyməti çoxalır. Hündürlük boyunca deformasiyanın xətti qanunla dəyişdiyini göstərək.

$$\varepsilon = \frac{b'b''}{ab} = \frac{b'b''}{cd} = \frac{y d\theta}{\rho d\theta} = \frac{y}{\rho} \quad (a)$$

Burada $b'b''$ - ab lifinin tam uzunması, ρ - neytral qatın əyrilik radiusu; y – neytral qatdan deformasiyasına baxılan lifə qədər olan məsafədir.

Gərginliyin qiymətini təfəvviz etməzdən əvvəl bir əlavə fərziyyə də qəbul edək.

Fərz olunur ki, neytral qata paralel qatlar biri-birinə təzyiq göstərmir. Yəni tirin oxuna perpendikulyar istiqamətdə gərginlik yaranmır. Liflər yalnız dartılma (biroxlı) deformasiyasına məruz qalır. Bu fərziyyə əsasında çıxarılmış düsturlar kifayət qədər doğru nəticələr verir.

Dartılma-sıxılma deformasiyası üçün Huk qanununa əsasən yazı bilərik:

$$\sigma = \varepsilon E = E \cdot \frac{y}{\rho} \quad (b)$$

Normal gərginlik milin kəsiyinin hündürlüyü boyunca neytral qatdan olan məsafədən düz mütənəssib asılı olaraq dəyişir.

Gərginliyin dəyişmə qanunu məlum olduqda onun qiymətini müvazinət tənliklərindən təyin etmək olar.

Xarici M cüt qüvvəsinin və kəsiyində təsir edən daxili normal qüvvələrin təsiri altında olan kəsilib ayrılmış hissənin müvazinətinə baxaq. Baxılan hissə üçün altı müvazinət tənliyi yazmaq mümkündür.

1. $\sum X(P_i) = 0$; 4. $\sum M_x(P_i) = 0$;
2. $\sum Y(P_i) = 0$; 5. $\sum M_y(P_i) = 0$;
3. $\sum Z(P_i) = 0$; 6. $\sum M_z(P_i) = 0$.

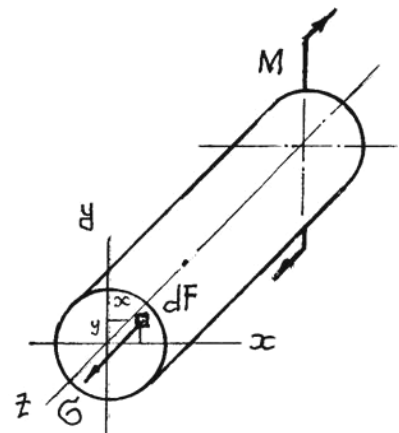
Birinci iki tənlik eyniliyə çevrilir. 3-cü tənliyə əsasən yazı bilərik:

$$\sum Z(P_i) = 0; \quad \int_F \sigma dF = 0$$

(b) ifadəsini nəzərə almaqla təyin edirik:

$$\frac{E}{\rho} \int_F y dF = 0$$

Burada $\rho \neq \infty$ olduğundan $\frac{E}{\rho} \neq 0$ olar. Onda



Şəkil 6.9.

$$S_x = \int_F y dF = 0$$

alınar. Neytral x oxuna nəzərən statik momentin sıfıra bərabər olması bu oxun kəsiyin ağırlıq mərkəzindən keçdiyini göstərir.

Kəsikdəki daxili normal qüvvə z oxuna paralel olduğundan 6-cı tənlik eyniliyə çevrilir. 5-ci tənliyə əsasən yazı bilərik:

$$\sum M_y(P_i) = 0; \int_F \sigma \cdot x dF = 0$$

(b) ifadəsini nəzərə almaqla təyin edirik:

$$\frac{E}{\rho} \int_F x \cdot y dF = 0$$

burada $\frac{E}{\rho} \neq 0$ olduğundan

$$J_{xy} = \int_F xy dF = 0$$

olar. x, y oxlarına nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momentinin sıfıra bərabər olması bu oxların baş oxlar olduğunu və xarici M – qüvvəsinin bu oxlardan birinin üzərində olduğunu göstərir.

4 – tənliyinə əsasən yazı bilərik:

$$\sum M_x(P_i) = 0; -M + \int_F y dF = 0$$

(b) ifadəsini nəzərə almaqla təyin edirik:

$$\frac{E}{\rho} \int_F y^2 dF - M = 0$$

Burada $J_x = \int_F y^2 dF$ - kəsiyin netral oxuna nəzərən ətalət momenti olduğunu bilərk hesablayırıq:

$$M = \frac{E}{\rho} \cdot J_x.$$

Əgər baxılan hissəyə bir neçə xarici qüvvə təsir edərsə, alınmış ifadədə M əvəzində bu qüvvələrdən alınmış momentlərin cəbri cəmi olan M_{ay} və ya M_z yazmaq lazımdır. Onda alınan ifadə

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EJ_x} \quad (6.6)$$

şəklini alar. Burada $k = \frac{1}{\rho}$ - neytral qatın əyriliyidir.

Kəsiyin ağırlıq mərkəzi neytral qatın üzərində olduğu üçün deyə bilərik ki, (6.6.) ifadəsi həm də tirin oxunun əyriliyidir.

(6.6) ifadəsini (b) tənliyində nəzərə almaqla təyin edirik:

$$\sigma = \frac{M_z}{J_x} \cdot y \quad (6.7)$$

Alınmış düstur xalis əyilmədə normal gərginliyin ifadəsidir. Bu ifadə ilə kəsiyin istənilən nöqtəsindəki gərginliyi hesablamaq olar.

Normal gərginliyin düsturu – (6.7) xalis əyilmə üçün çıxarılmasına baxmayaraq eninə əyilmə üçün də kifayət qədər doğru nəticələr verir.

(6.7) ifadəsindən göründüyü kimi kəsikdə ən böyük gərginlik səth üzərində alınır.

Material dartılma və sıxılmaya müxtəlif cür müqavimət göstərsə, möhkəmlik şərti hər hissə üçün ayrıca yazılır. Eyni cür müqavimət göstərdikdə isə möhkəmlik şərti

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_x} \leq [\sigma] \quad (6.8)$$

şəklində tərtib olunur. Burada $W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}$ - kəsiyin neytral oxa nəzərən müqavimət momentidir.

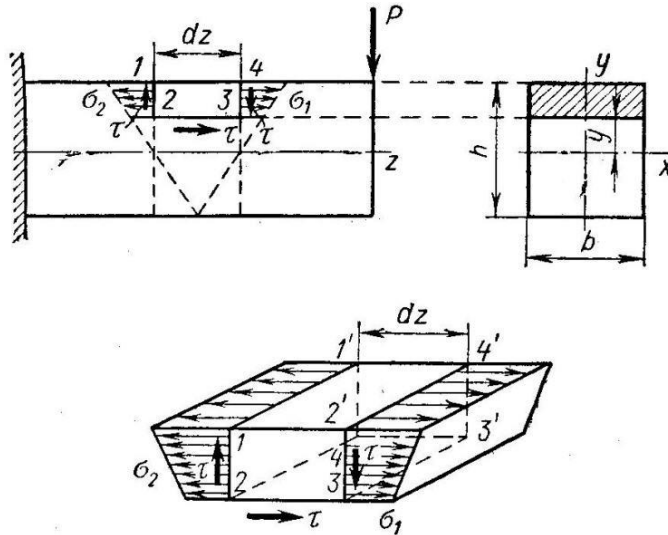
§39. Əyilmədə tirin en kəsiyinin səmərəliliyi

Tirin en kəsiyinin forması elə seçilməlidir ki, minimum material sərf etməklə möhkəmlik şərti ödənilsin. Bu isə kəsiyin kənar nöqtələrini neytral oxdan uzaqlaşdırmaqla mümkündür.

En kəsiyin səmərəliliyini $\frac{W_x}{F}$ - ifadəsinə əsasən təyin etmək olar. Bu nisbətə əsasən deyə bilərik ki, en kəsik sahələri bərabər olan kəsik formalarından hansının neytral oxa nəzərən müqavimət momenti böyükdürsə, həmin kəsik forması daha səmərəlidir. Məsələn, en kəsik sahələri bərabər olan kvadrat və dairə şəkilli kəsiklərdən kvadrat şəkilli kəsik daha səmərəlidir.

§40. Əyilmədə toxunan gərginlik

Yastı əyilməyə işləyən tirin eninə kəsiklərində həm əyici moment, həm də kəsici qüvvə yaranır. Əyici momentin təsirindən qiyməti, məlum (6.7) ifadəsi ilə təyin olunan normal gərginlik, kəsici qüvvə təsirindən isə eninə kəsiklərdə həm də qoşalılıq qanununa görə uzununa kəsiklərdə toxunan gərginliklər əmələ gəlir.



Şəkil 6.10.

Toxunan gərginliyi təyin etmək üçün eni hündürlüyünə nisbətən çox az olan düzbucaqlı tirdən dz elementar uzunluqlu hissə kəsib ayıraq. Kəsilmiş hissənin eni tirin «b» eni ilə eynidir. Gərginliyi axtarılan qatın kəsib ayırdığı hissəyə aşağıdakı gərginliklər təsir edir.

1 – 2 səthinə, qiyməti $\sigma_2 = \frac{M_2}{J_x} \cdot y$ ifadəsi ilə təyin olunan normal gərginlik

və qiyməti məlum olmayan toxunan gərginlik təsir edir. Tirin eni az olduğundan toxunan gərginliyin bərabər intensivliklə paylandığı qəbul olunur.

3 – 4 səthində, qiyməti $\sigma_1 = \frac{M_1}{J_x} \cdot y$ ifadəsi ilə hesablanan normal və naməlum

τ toxunan gərginliyi, 2 – 3 səthində isə yalnız toxunan gərginlik təsir edir.

M_1 və M_2 uyğun üzlərdəki əyici momentlərdir. Kəsilib ayrılmış hissəyə təsir edən qüvvələr:

$$N_1 = \int_{F^{(ay)}} \sigma_1 \cdot dF; \quad N_2 = \int_{F^{(ay)}} \sigma_2 \cdot dF; \quad T = \tau b dz \text{ olar.}$$

Burada $F^{(ay)}$ - gərginliyi axtarılan qatın kəsib ayırdığı hissənin sahəsidir. Bütün qüvvələri z oxu üzərində proyektəndirək:

$$N_1 - N_2 + T = 0,$$

$$\int_{F^{(ay)}} \sigma_1 \cdot dF - \int_{F^{(ay)}} \sigma_2 \cdot dF + \tau b dz = 0,$$

$$\frac{M_1}{J_x} \int_{F^{(ay)}} y dF - \frac{M_2}{J_x} \int_{F^{(ay)}} y dF + \tau b dz = 0.$$

Burada $S_x^{(ay)} = \int_{F^{(ay)}} y dF$ - gərginliyi axtarılan qatın kəsib ayırdığı sahənin neytral

oxa nəzərən statiki momenti olduğunu bilərək təyin edirik:

$$\frac{S_x^{(ay)}}{J_x} (M_2 - M_1) = \tau \cdot b \cdot dz$$

$dM_z = M_2 - M_1 \cdot dz$ uzunluqlu hissədə üzlərdə təsir edən əyici momentlərin artımıdır. Onda

$$\tau \cdot b \cdot dz = \frac{S_x^{(ay)} \cdot dM_z}{J_x},$$

$$\tau = \frac{S_x^{(ay)}}{J_x \cdot b} \cdot \frac{dM_z}{dz},$$

$$\tau = \frac{Q_z \cdot S_x^{(ay)}}{J_x \cdot b} \quad (6.9)$$

alarıq. Burada $Q_z = \frac{dM_z}{dz}$ - olmaqla kəsici qüvvə; b – gərginliyi axtarılan qatın (kəsiyin) enidir (dəyişəndir). Alınmış ifadə yastı əyilmədə eninə kəsiklərdə toxunan gərginliyi hesablama düsturu və ya Juravski düsturu adlanır.

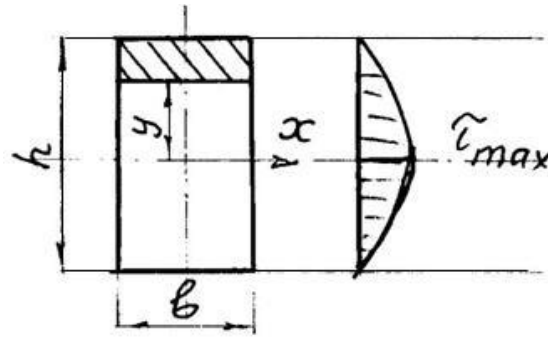
Düzbucaqlı kəsik üçün toxunan gərginliyin bu kəsik üzrə paylanması araşdıraq. Göründüyü kimi paylanma qanunu $S_x^{(ay)}$ -in dəyişməsindən asılı olur.

kəsiyin eni sabit olub b -yə, ətalət momenti isə $J_x = \frac{bh^3}{12}$ -yə bərabərdir.

Sxemdə (şəkil 6.11) göstərilmiş ştrixlənmiş sahənin statik momenti

$$S_x^{(ay)} = b \left(\frac{h}{2} - y \right) \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

olar.



Şəkil 6.11.

Deməli en kəsikdə toxunan gərginlik parabola qanun ilə dəyişər.

$$\tau = \frac{Q \cdot b \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \cdot 12}{bh^3 \cdot b \cdot 2} = \frac{6Q}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

Hündürlük üzrə gərginliyi üç nöqtədə hesablayaq:

$$\tau_{y=\frac{h}{2}} = 0; \quad \tau_{y=0} = \frac{3Q}{2F}; \quad \tau_{y=-\frac{h}{2}} = 0$$

Alınmış qiymətlər əsasında toxunan gərginliyin en kəsik üzrə paylanmasının epyuru qurulur (şəkil 6.11).

Analoji olaraq dairəvi kəsik üçün

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{Q}{F},$$

həlqəvari kəsik üçün

$$\tau_{\max} = 2 \frac{Q}{F}$$

olduğunu hesablamaq olar.

Bütün hallarda toxunan gərginlik eninə kəsiklərdə bərabər paylanmır.

§41. Bərabərmüqavimətli tirlər

Tirin eninə kəsik ölçüləri onun təhlükəli kəsiyində əyici momentin maksimum qiymətinə əsasən seçilir. Qalan bütün kəsiklərdə materialdan tam istifadə olunmur.

Materialdan səmərəli istifadə etmək eləcə də konstruksiya hissəsinin çevik və yüngül alınması üçün bərabərmüqavimətli tirlərdən istifadə olunur.

Bütün kəsiklərində yaranan normal gərginliklərin materialın öz buraxılabilən gərginliyinə bərabər olan tirlər bərabərmüqavimətli tirlər adlanırlar.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_x^{(z)}} = [\sigma] \quad (a)$$

burada M_z və $W_x^{(z)}$ ixtiyari z kəsiyindəki əyici moment və müqavimət momentidir.

Əyici moment tirin uzunluğu boyunca dəyişdiyindən müqavimət momenti də ona uyğun olaraq dəyişən olmalıdır. (a) ifadəsi ən təhlükəli kəsik üçün də yazıla bilər:

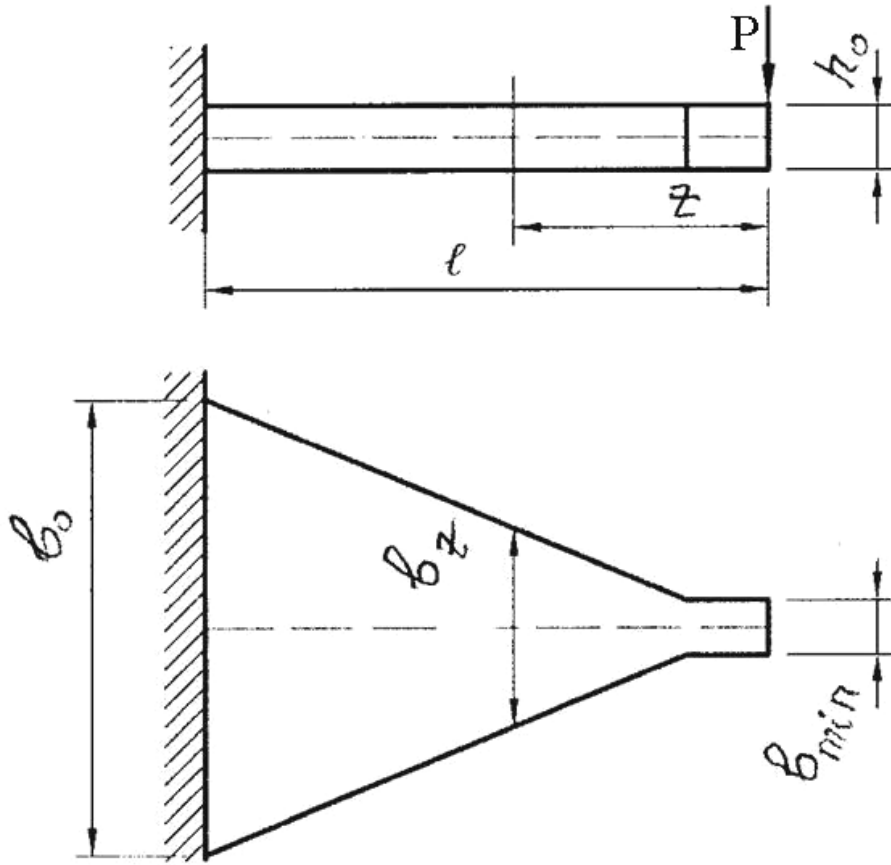
$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x^0} = [\sigma] \quad (b)$$

W_x^0 - təhlükəli kəsikdə müqavimət momentidir.

(a) və (b) ifadələrinə əsasən yaza bilərik:

$$\frac{M_{\max}}{W_x^0} = \frac{M_{\max}}{W_x^{(z)}} = [\sigma] \quad (c)$$

Hündürlüyü sabit eni dəyişən (şəkil 6.12) tirdə, enin dəyişmə qanununu təyin edək.



Şəkil 6.12.

$$h_0 = \text{const}; M_{\max} = -P\ell; M_z = -P \cdot z; W_x^0 = \frac{b_0 h_0^2}{6}; W_x^{(z)} = \frac{b_z h_0^2}{6}$$

(c)-də yerinə yazaq:

$$\frac{-P\ell}{\frac{b_0 h_0^2}{6}} = \frac{-Pz}{\frac{b_z h_0^2}{6}} \Rightarrow b_z = b_0 \frac{z}{\ell}.$$

Deməli, tirin uzunluğu boyunca onun eni xətti qanunla dəyişir.

Toxunan gərginliyə görə tirin möhkəmliyi təmin olunmalıdır.

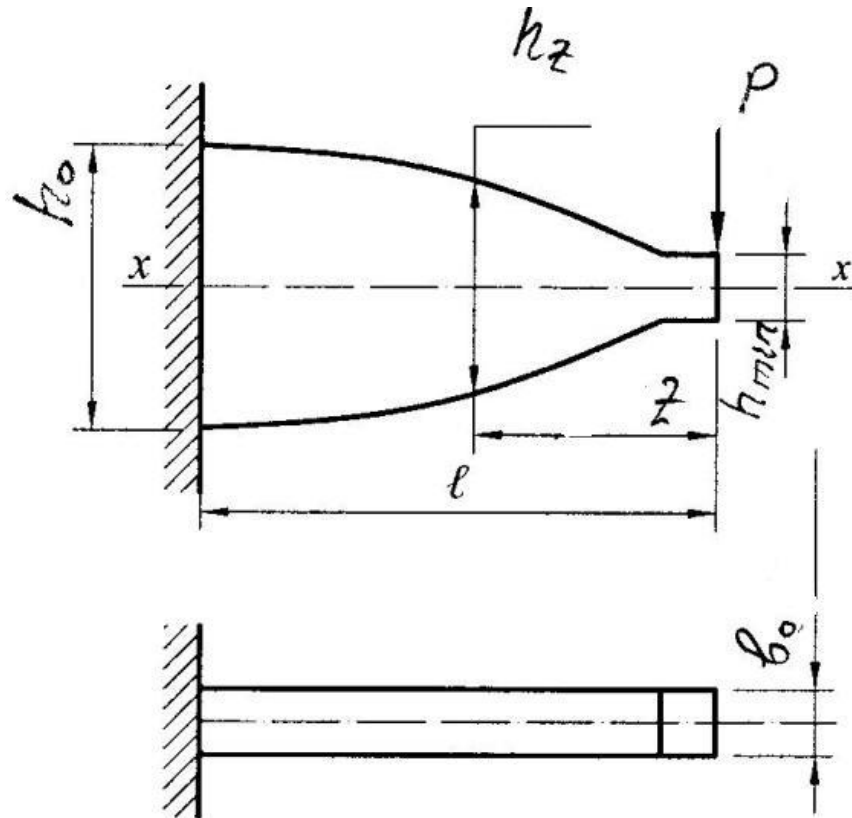
$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_{\max}}{h_0 \cdot b_{\min}} \leq [\tau]$$

$Q_{\max} = P$ olduğunu qəbul edərək

$$b_{\min} = \frac{3P}{2h_0[\tau]}$$

hesablayırıq.

Tirin **hündürlüyü dəyişən eni sabit** (şəkil 6.13) olarsa, analogi hesablama ilə hündürlüyün dəyişən qanununu



Şəkil 6.13.

$$h_z = h_0 \sqrt{\frac{z}{l}}$$

və minimum hündürlüyü

$$h_{\min} = \frac{3P}{2b_0[\tau]}$$

ifadələri ilə hesablamaq olar.

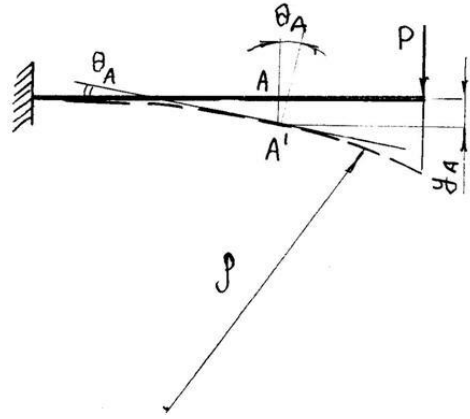
FƏSİL 7.

ƏYİNTİ VƏ DÖNMƏ BUCAĞI

§42. Əyilmiş oxun diferensial tənliyi və integrallanması

Xarici qüvvələrin təsiri altında tir deformasiyaya uğrayaraq əyilir. Onun eninə kəsikləri müəyyən bucaq qədər dönərək öz əvvəlki oxuna perpendikulyar istiqamətdə yer dəyişirlər.

Tirin kəsiyinin öz oxuna perpendikulyar istiqamətdə yerdəyişməsi y -lə işarə olunmaqla **əyinti** adlanır. Eninə kəsiyin öz əvvəlki vəziyyətinə nəzərən müəyyən bucaq qədər çevrilməsi θ ilə işarə olunmaqla **dönmə bucağı** adlanır. Nəzərə alsaq ki, eninə kəsik həmişə tirin oxuna perpendikulyardır, dönmə bucağını əyilmiş oxa çəkilən toxunanın tirin əvvəlki (verilmiş) vəziyyətindəki oxu ilə əmələ gətirdiyi bucaq kimi də hesablaya bilərik (şəkil 7.1).



Şəkil 7.1.

Tirin deformasiyalarını təyin etmək üçün əyici momentlə əyrilik arasındakı asılılıqdan (5.6) istifadə olunur.

$$K = \frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EJ}$$

Riyaziyyat kursundan əyrinin əyrilik tənliyinin

$$K = \pm \left[\frac{y''}{1 + (y')^2} \right]^{3/2} \quad (a)$$

olduğu məlumdur. Burada $y' = \frac{dy}{dz}$; $y'' = \frac{d^2y}{dz^2}$ -dir. Onda

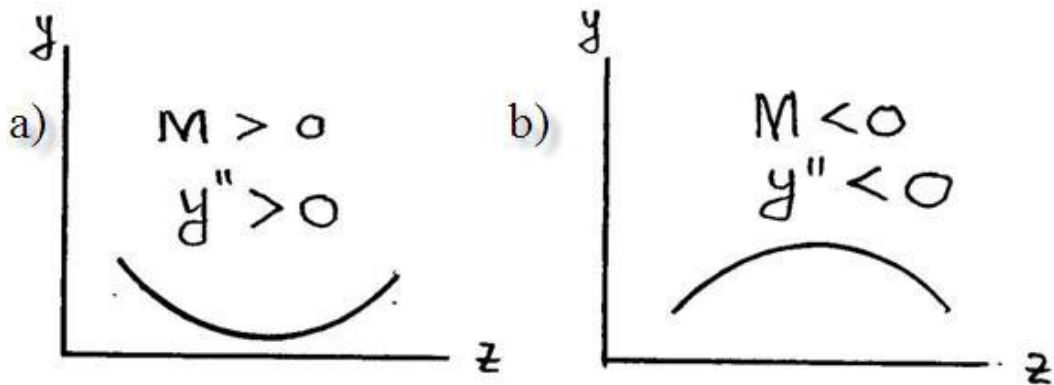
$$\pm \left[\frac{y''}{1 + (y')^2} \right]^{3/2} = \frac{M_z}{EJ} \quad (7.1)$$

yaza bilərik. Bu ifadə tirin əyilmiş oxunun həqiqi diferensial tənliyidir.

Alınmış qeyri-xətti diferensial tənliyin integrallanması çətinlik törədir. Əksər hallarda $(y')^2 = \operatorname{tg}^2 \theta \cong \theta^2$ ifadəsinin vahidə nisbətən çox kiçik kəmiyyət olduğunu bilərək ($\theta=0,01$ rad. olsa belə) hesablamalarda nəzərdən atırlar. Onda

$$\pm EJy'' = M_z \quad (7.2)$$

alınır. Bu ifadə tirin əyilmiş oxunun təxmini diferensial tənliyi adlanır və integrallanması heç bir çətinlik törətmir. Tənliyin işarəsi isə qəbul olunmuş koordinat oxlarından asılıdır. Sxemdə göstərilmiş (şəkil 7.2 a, b) şəkildə qəbul olunmuş koordinat oxlarının vəziyyətində M və y'' -in işarələri eyni olduğu üçün (7.2) tənliyinin müsbət halından istifadə olunur.



Şəkil 7.2.

$$EJy'' = M_z \quad (7.3)$$

Dönmə bucağı $y'=\theta$ və y – əyintisinin qiymətlərini hesablamaq üçün (7.3) tənliyini integrallamaq lazımdır

$$\begin{aligned} EJy' &= EJ\theta = \int M_z dz + C, \\ EJy &= \int dz \int M_z dz + C \cdot z + D. \end{aligned}$$

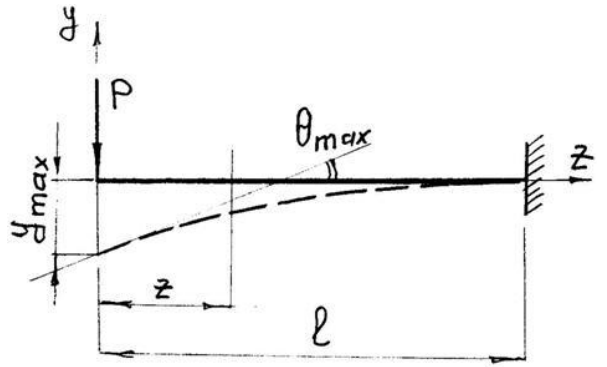
Burada C və D tirin başlanğıc şərtlərindən təyin olunan integral sabitləridir.

Bir çox hallarda, konstruksiya hissələrinin istismar olunması nöqtəyindən nəzərindən əyintinin buraxıla bilən qiymətindən istifadə olunur. Maşınqayırma sənayesində hissənin təyinatından asılı olaraq $[y] = \left(\frac{1}{300} : \frac{1}{1000} \right) \ell$ həddində qəbul olunur. Dəyircəkli yastıqlarda valın kəsiyinin maksimum dönməsi $\theta_{\max}=0,001$ rad.-dan artıq olmamalıdır.

Sxemdə göstərilmiş (şəkil 7.3) tirin sərbəst ucundakı əyinti və dönmə bucağını təyin edək.

Koordinat başlanğıcını tirin sol kənarında qəbul edək.

$M_z = -P \cdot z$ olduğun bilərək (7.3) ifadəsində yerinə yazıb integrallayaq:



Şəkil 7.3.

$$\left. \begin{aligned} EJy'' &= -Pz, \\ EJ\theta &= -P\frac{z^2}{2} + C, \\ EJy &= -P\frac{z^3}{6} + C \cdot z + D. \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Tirin sərbəst (başlanğıc) şərtlərindən istifadə edək.

1) $z=l$ olduqda $\theta=0$ olar

$$0 = -\frac{P\ell^2}{2} + C \quad (b)$$

2) $z=l$ olduqda $y=0$ olar.

$$0 = -\frac{P\ell^3}{6} + C \cdot \ell + D \quad (c)$$

(b) və (c) tənliklərini birlikdə həll edərək

$$C = \frac{P\ell^2}{2}; \quad D = -\frac{P\ell^3}{3}$$

təyin edirik.

Sabitlərin qiymətlərini (a) sistemində yerinə yazaraq sərbəst ucdakı ($z=0$) deformasiyaları hesablayırıq.

$$EJ\theta_0 = EJ\theta_{\max} = \frac{P\ell^2}{2}; \quad EJy_0 = EJy_{\max} = -\frac{P\ell^3}{3}$$

Göründüyü kimi $C=EJ\theta_0$; $D = EJy_0$ -dir.

Deməli, C və D integral sabitləri uyğun olaraq koordinat başlanğıcındakı ($z=0$ kəsiyi) əyinti və dönmə bucağıdır.

§43. Əyilmiş oxun universal tənlikləri

Əyilmiş oxun təxmini diferensial tənliyini

$$EJy'' = EJ \frac{d\theta}{dz} = M_z \text{ və ya}$$

$$EJd\theta = M_z \cdot dz$$

şəkində yazaraq $0 \div z$ intervalında integrallasaq

$$EJ \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^z M_z dz$$

$$EJ\theta = EJ\theta_0 + \int_0^z M_z dz \quad (7.4)$$

alırıq. Bu tənliyi isə

$$EJ \frac{dy}{dz} = EJ\theta_0 + \int_0^z M_z dz$$

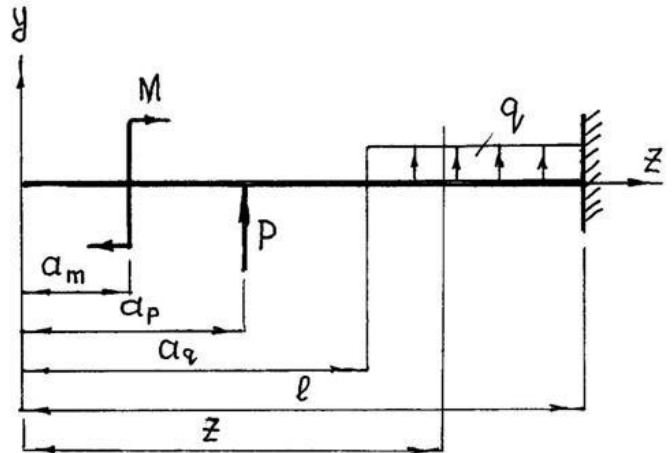
kimi yazaraq həmin intervalda integrallamaqla

$$EJ \int_{y_0}^y dy = EJ \int_0^z \theta_0 dz + \int_0^z dz \int_0^z M_z dz ,$$

$$EJy = EJy_0 + EJ\theta_0 \cdot z + \int_0^z dz \int_0^z M_z dz \quad (7.5)$$

alırıq. (7.4) və (7.5) tənlikləri ümumi halda tirin əyilmiş oxunun universal tənlikləri adlanırlar.

Tirə üç növ xarici qüvvələrin (topa qüvvə, yayılmış yük və cüt qüvvə) təsir edə biləcəyini (şəkil 7.4) qəbul etsək və hər qüvvə üçün ayrılıqda (7.4) və (7.5) tənliklərinin integralaltı ifadələrini hesablamaqla alırıq:



Şəkil 7.4.

$$\left. \begin{aligned} EJ\theta &= EJ\theta_0 + \sum M \frac{(z-a_m)^1}{1!} + \sum P \frac{(z-a_p)^2}{2!} + \sum q \frac{(z-a_q)^3}{3!} \\ EJy &= EJy_0 + EJ\theta_0 \cdot z + \sum M \frac{(z-a_m)^2}{2!} + \sum P \frac{(z-a_p)^3}{3!} + \sum q \frac{(z-a_q)^4}{4!} \end{aligned} \right\} (7.6)$$

Sxemdə (şəkil 7.4) qüvvələrin müsbət istiqaməti göstərilmişdir. (7.6) sistemində onların işarələri nəzərə alınmalıdır. Bu tənliklərdə a_m , a_p , a_q uyğun qüvvələrin koordint başlanğısından olan məsafələridir.

§44. Əyilmədə deformasiyanın potensial enerjisi

Digər deformasiyalarda olduğu kimi əyilmə deformasiyasında da xarici qüvvələr tiri deformasiyaya uğradaraq müəyyən iş görürlər.

$$A = \frac{1}{2} M \cdot \theta \quad (7.7)$$

burada θ - moment təsir edən kəsikdəki dönmə bucağıdır.

Bu iş onun daxilində potensial enerji şəklində toplanır. Xarici qüvvələrlə yanaşı daxili qüvvələp də iş görür, lakin onların gördükləri iş mənfi qiymətləndirilir.

Elementar daxili qüvvələrin gördüyü iş

$$dW = -\frac{1}{2} M_z \cdot d\theta$$

ifadəsi ilə hesablanır.

Digər tərəfdən (şəkil 6.8) $d\theta = \frac{dz}{\rho}$ olduğunu yaza bilərik. Əyrinin əyrilik

ifadəsi (6.6) nəzərə alınmaqla elementar daxili qüvvələrin gördüyü işin

$$dW = -\frac{M_z^2}{2EJ_x} \cdot dz$$

ifadəsi ilə təyin olunduğunu müəyyən edirik. ℓ uzunluqlu hissədə daxili qüvvələrin gördüyü tam iş:

$$W = -\frac{1}{2} \int_0^\ell \frac{M_z^2}{EJ_x} \cdot dz \quad (7.8)$$

olar.

Qiymətcə daxili qüvvələrin gördüyü işə bərabər, işarəcə əks olan kəmiyyət əyilmədə deformasiyanın potensial enerjisi adlanır.

$$U = -W = \frac{1}{2} \int_0^{\ell} \frac{M_z^2}{EJ_x} \cdot dz \quad (7.9)$$

Yastı əyilmədə eninə kəsiklərdə kəsici qüvvələrin sürüşmədə yaratdığı potensial enerji çox kiçik olduğundan hesablamalarda nəzərə alınmır.

§45. Kastilyano teoremi

Əyilmədə deformasiyanın potensial enerjisi məlum olduqda bu enerjidən asılı olaraq xətti deformasiya alan tirin kəsiklərindəki deformasiyaları hesablamaq olar.

Tirin topa qüvvə təsir edən kəsiyindəki əyinti, potensial enerji ifadəsindən həmin qüvvəyə görə alınmış xüsusi törəməyə bərabərdir

$$y = \frac{\partial U}{\partial P} \quad (7.10)$$

(7.9) ifadəsini nəzərə almaqla təyin edirik:

$$y = \int_0^{\ell} \frac{M_z dz}{EJ} \cdot \frac{\partial M_z}{\partial P} \quad (7.11)$$

Tirin cut qüvvə təsir edən kəsiyindəki dönmə bucağı potensial enerji ifadəsindən bu cüt qüvvəyə nəzərən alınmış xüsusi törəməyə bərabərdir.

$$\theta = \frac{\partial U}{\partial M} \quad (7.12)$$

(7.9) ifadəsini nəzərə almaqla hesablayırıq:

$$\theta = \int_0^{\ell} \frac{M_z dz}{EJ} \cdot \frac{\partial M_z}{\partial M} \quad (7.13)$$

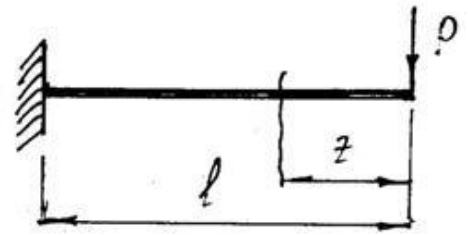
(7.10)÷(7.13) ifadələri xətti deformasiya alan sistemlərdə əyinti və dönmə bucağının təyin olunması üçün Kastilyano teoreminin düsturlarıdır.

Əgər, deformasiyasının təyin olunması tələb olunan kəsikdə uyğun qüvvə təsir etməzsə, həmin kəsiyə qiyməti sıfıra bərabər olan şərti qüvvə əlavə edərək xüsusi törəmə almaq olar.

Misal: Sxemdə göstərilmiş (şəkil 7.5) tirin sərbəst ucundakı kəsikdə əyinti və dönmə bucağını təyin edək.

Əvvəlcə yerdəyiqməni (əyintini) hesablayaq:

$$M_z = -P \cdot z; \quad \frac{\partial M_z}{\partial P} = -z.$$



Şəkil 7.5.

(7.11) ifadəsində yerinə yazmaqla hesablayırıq:

$$y = \int_0^l \frac{(-Pz)(-z)}{EJ} dz = \frac{P\ell^3}{3EJ}$$

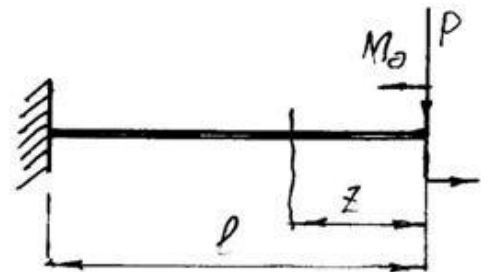
Əyintinin müsbət alınması onun diferensial alınan qüvvə istiqamətində olduğunu göstərir.

Sərbəst ucdakı dönmə bucağını təyin etmək üçün həmin kəsiyə qiyməti sıfıra bərabər olan şərti cüt qüvvə təsir edirik(Şəkil 7.6.).

$$M_z = -P \cdot z + M_\theta; \quad \frac{\partial M_z}{\partial M_\theta} = 1.$$

(7.13)-də yerinə yazaq:

$$\theta = \int_0^l \frac{(-P_z + M_\theta) \cdot 1}{EJ} dz = -\frac{P\ell^2}{2EJ}$$



Şəkil 7.6.

İşarənin mənfi alınması dönmənin, əlavə olunmuş cüt qüvvənin əksi istiqamətində yarandığını göstərir.

§46. Maksvel-Mor üsulu

Kastilyano teoremində deformasiyaların hesablanması üçün çıxarılmış (7.11) və (7.13) ifadələrindəki $\frac{\partial M_z}{\partial P}$ və $\frac{\partial M_z}{\partial M}$ hədlərinin bu kəsiklərə tətbiq olunmuş vahid topa qüvvə və vahid cüt qüvvədən alınmış momentlərə bərabər olduğunu sübut etmək çətin deyil. Onda bu tənliklərin əvəzində ümumi şəkildə

$$\Delta = \int_0^{\ell} \frac{M_z \cdot M_z^0}{EJ} dz \quad (7.14)$$

yazmaq olar. Burada M_z^0 - deformasiyası axtarılan kəsiyə tətbiq olunmuş vahid topa qüvvə və ya vahid cüt qüvvədən alınmış əyici momentdir.

Misal: Sxemdə göstərilmiş tirin (şəkil 7.7 a) sərbəst ucundakı kəsikdə deformasiyaları hesablayaq.

Əyintini təyin etmək üçün həmin kəsiyə $P_0=1$ qüvvəsi (şəkil 7.7 b) tətbiq edək.

$$M_z = -q \frac{z^2}{2}; \quad M_z^0 = -P_0 \cdot z = -z.$$

(7.14) tənliyində yerinə yazaraq təyin edirik:

$$y = \int_0^{\ell} \frac{\left(-q \frac{z^2}{2}\right)(-z)}{EJ} dz = \frac{q\ell^4}{8EJ}.$$

Əyintinin müsbət alınması onun tətbiq olunmuş vahid qüvvə istiqamətində olduğunu göstərir.

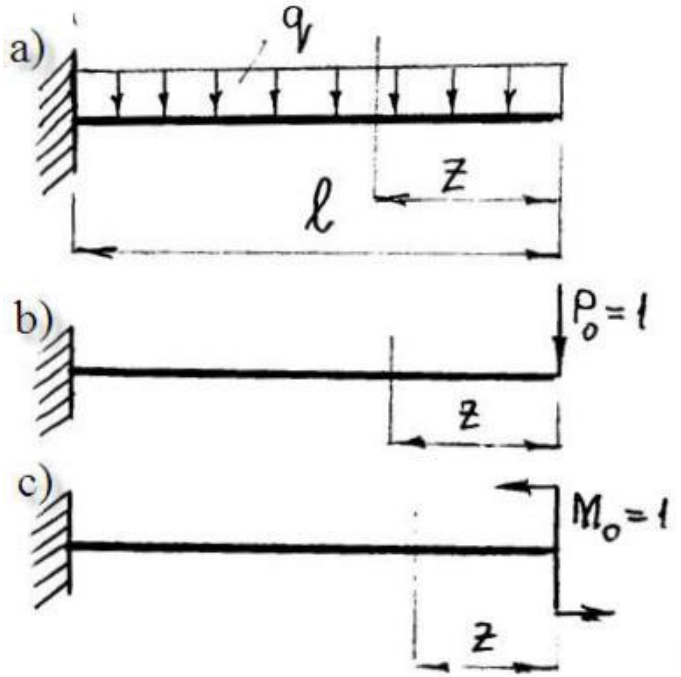
Dönmə bucağını hesablamaq üçün həmin kəsiyə $M_0=1$ cüt qüvvəsi (şəkil 7.7 c) tətbiq edək.

$$M_z = -q \frac{z^2}{2}; \quad M_z^0 = M_0 = 1.$$

(7.14) tənliyində yerinə yazmaqla

$$\theta = \int_0^{\ell} \frac{\left(-q \frac{z^2}{2}\right) \cdot 1}{EJ} dz = -\frac{q\ell^3}{6EJ}$$

olduğunu təyin edirik. İşarənin mənfi alınması dönmənin tətbiq olunmuş vahid cüt qüvvənin əksinə olduğunu göstərir.



Şəkil 7.7.

§47. Vereşşagin üsulu

Kastilyano və Maksvel-Mor üsulları birməntəqəli tirlərdə deformasiyaların hesablanması zamanı effektiv üsul hesab olunur. Çoxməntəqəli tirlərdə isə bu üsullarla hesablama əlverişli olmadığından Vereşşagin üsulu daha münasib sayılır.

Maksvel-Mor üsulunda (7.14) ifadəsinin hesablanması əvəzində qrafo-analitik üsuldan, yəni epyurların bir-birinə vurulmasından istifadə etmək olar. Bu üsul Vereşşagin üsulu adlanır.

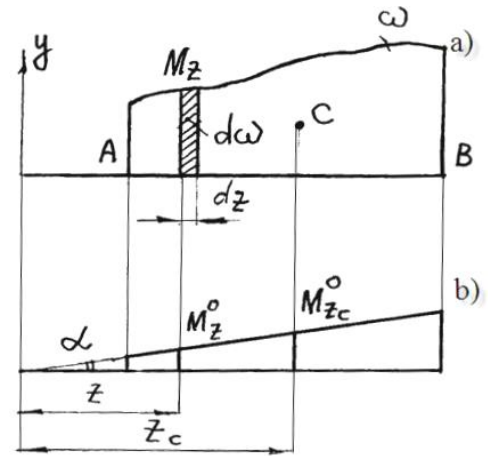
$$\int_0^{\ell} \frac{M_z \cdot M_z^0}{EJ} dz = \frac{1}{EJ} \int_A^B M_z \cdot M_z^0 dz,$$

burada müəyyən AB məntəqəsində EJ sərtliyinin sabit olduğu nəzərdə tutulmuşdur. Xarici qüvvələrdən qurulmuş əyici moment epyurunun (M_z) ixtiyari (şəkil 7.8 a) vahid qüvvədən qurulmuş epyurun (M_z^0) düzxətli (şəkil 7.8 b) olduğunu qəbul edək. Onda $M_z dz = d\omega$; $M_z^0 = z \operatorname{tg} \alpha$ olduğunu sxemə əsasən yaza bilərik :

$$\int_A^B M_z \cdot M_z^0 dz = \operatorname{tg} \alpha \int_A^B z d\omega$$

Burada $S_y = \int_A^B z d\omega = z_c \cdot \omega$ -dir.

z_c – verilmiş xarici qüvvələrdən qurulmuş əyici moment epyurunun ağırlıq mərkəzinin koordinatı; ω - həmin epyurun sahəsidir.



Şəkil 7.8.

Sxemə əsasən yaza bilərik:

$$z_c = \frac{M_{z_c}^0}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Onda

$$\int_A^B M_z \cdot M_z^0 dz = \omega \cdot M_{z_c}^0$$

alırıq. Yəni Maksvel-Mor düsturundan (7.14) əvəzində

$$\Delta = \frac{\omega \cdot M_{z_c}^0}{EJ} \quad (7.15)$$

ifadəsini alırıq. Bu ifadə xətti deformasiya alan sistemdə əyinti və dönmə bucağının hesablanması üçün Vereşşagin üsulunun düsturudur.

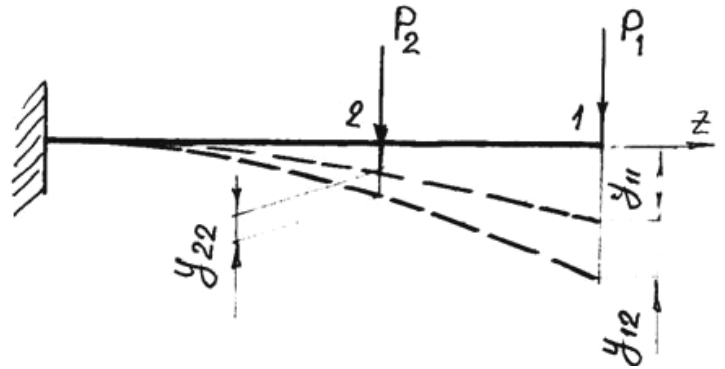
Burada ω - xarici qüvvələrdən qurulmuş əyici moment epyurunun AB məntəqəsindəki sahəsi; $M_{z_c}^0$ - vahid qüvvədən qurulmuş əyici moment epyurunun xarici qüvvədən qurulmuş epyurun ağırlıq mərkəzi altındakı ordinatıdır.

§48. İşlərin və yerdəyişmələrin qarşılıqlı teoremi

Xətti deformasiyaya uğrayan hər hansı sistemin iki müxtəlif vəziyyətdə yüklənməsi zamanı ayrı-ayrı hallarını araşdırırıq.

Əvvəlcə sistemi statiki şəkildə təsir edən P_1 qüvvəsi ilə yükləyək. Deformasiya olunmuş vəziyyətdə statiki şəkildə təsir edən P_2 qüvvəsini tətbiq edək (şəkil 7.9).

P_1 – qüvvəsi təsirindən 1 – nöqtəsində bu qüvvə istiqamətində y_{11} – yerdəyişməsi yaranar. P_2 – qüvvəsi təsirindən sonra bu yerdəyişmə y_{12} artımı alar. P_2 – qüvvəsi 2 – nöqtəsində özü istiqamətində y_{22} – yerdəyişməsi



Şəkil 7.9.

yaradar. y – yerdəyişməsinin indeksindəki birinci işarə nöqtənin, ikincisi isə qüvvənin nömrəsini göstərir.

Yükləmənin bu halında görülən tam iş

$$A_1 = \frac{1}{2} P_1 y_{11} + \frac{1}{2} P_2 y_{22} + P_1 y_{12}$$

ifadəsi ilə hesablanır. Bu ifadədə axırıncı həddə $\frac{1}{2}$ əmsalının olmaması P_2 qüvvəsinin təsiri zamanı P_1 – qüvvəsinin sabit qalmasına görədir.

İkinci vəziyyətdə sistemi əvvəlcə P_2 sonra isə P_1 qüvvəsi ilə yükləyərək analoji olaraq görülmən işi hesablayaq:

$$A_2 = \frac{1}{2} P_2 y_{22} + \frac{1}{2} P_1 y_{11} + P_2 y_{21}.$$

Görülən işin qiyməti yüklənmənin ardıcılığından asılı olmadığından $A_1 = A_2$ və ya

$$P_1 y_{12} = P_2 y_{21} \quad (7.16)$$

alırıq.

Birinci sistem qüvvələrin ikinci sistem qüvvələrin yaratdığı yerdəyişmədə gördüyü iş, ikinci sistem qüvvələrin birinci sistem qüvvələrin yaratdığı yerdəyişmədə gördüyü işə bərabərdir.

Bu teorem işlərin qarşılıqlı teoremi bəzən isə **Betti** teoremi adlanır.

İşlərin qarşılıqlı teoremindən xüsusi hal kimi $P_1 = P_2$ qəbul etməklə

$$\delta_{12} = \delta_{21} \quad (7.17)$$

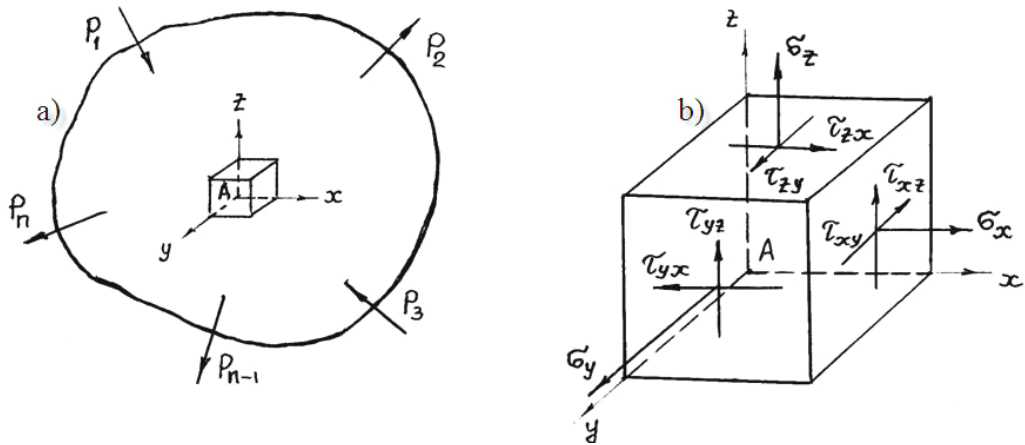
yerdəyişmələrin qarşılıqlı teoremini (Maksvel teoremini) ala bilərik.

FƏSİL 8.

GƏRGİNLİKLİ VƏZİYYƏTLƏR.

§49. Nöqtədə gərgin vəziyyət

Xarici qüvvələrin təsiri altında müvazinətdə olan cismin istənilən A – nöqtəsi ətrafında tilləri koordinat oxları ilə üst-üstə düşən elementar paralelopiped kəsib ayıraq (şəkil 8.1 a).



Şəkil 8.1.

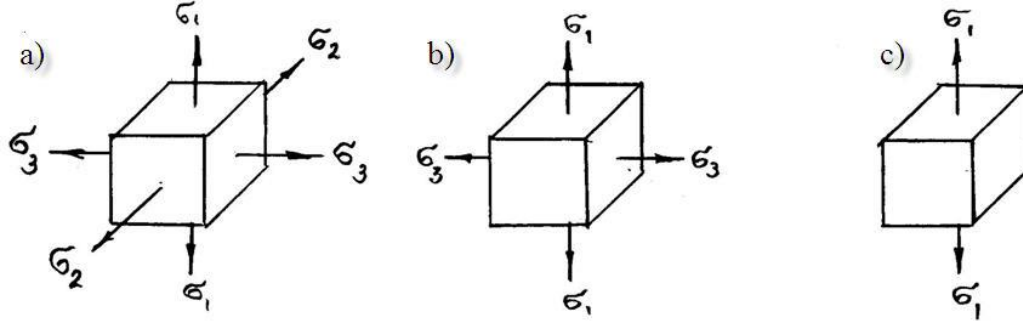
Onun üzlərində normal və toxunan gərginliklər təsir edir. Şəkil 8.1 b-də paralelopipedin görünən üzlərindəki gərginliklər göstərilmişdir. Görünməyən üzlərdə təsir edən gərginliklərin artımları paralelopipedin ölçülərinin çox kiçik olmasına görə nəzərə alınmır. Üzlərdəki normal gərginliklər paralel oldudları oxun işarəsi ilə (σ_x , σ_y , σ_z) indekslənilir. Toxunan gərginliklər isə iki indeksə malik olurlar. Onlardan birincisi gərginliyin təsir etdiyi üzün hansı oxa perpendikulyar olduğunu, ikincisi isə bu gərginliyin hansı oxa paralel olduğunu göstərir.

Koordinat müstəviləri ilə üst-üstə düşən paralelopipedin üzlərində təsir edən σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yz} gərginlikləri A nöqtəsinin gərginlikli vəziyyətini müəyən edir.

Baxılan paralelopipedi A – nöqtəsi ətrafında koordinat oxları ilə birlikdə fırlatdıqda onun üzlərində təsir edən gərginliklər qiymətcə dəyişər. Oxların elə x_1 , y_1 , z_1 vəziyyətini tapmaq olar ki, bu vəziyyətdə paralelopipedin üzlərindəki toxunan gərginliklər sıfıra bərabərləşər.

Toxunan gərginliklər yaranmayan kəsiklər **baş kəsiklər**, bu kəsiklərdə təsir edən normal gərginliklər isə **baş gərginliklər** adlanırlar.

Riyazi nöqtəyi-nəzərdən baş gərginliklər qiymətlərinə görə $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ kimi işarə olunurlar.



Şəkil 8.2.

Baş gərginliklərdən hər üçü sıfırdan fərqli olarsa ($\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_2 \neq 0$; $\sigma_3 \neq 0$) (şəkil 8.2 a) gərginlikli hal üç oxlu və ya həcmi gərginlikli hal adlanır.

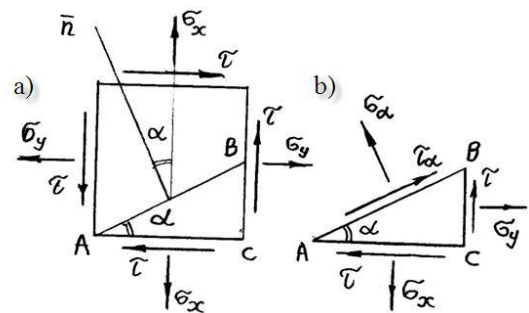
Baş gərginliklərdən ikisi sıfırdan fərqli olarsa, ($\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_2 = 0$; $\sigma_3 \neq 0$) (şəkil 8.2 b) gərginlikli hal ikioxlu və ya müstəvi gərginlikli hal adlanır.

Baş gərginliklərdən yalnız biri sıfırdan fərqli olarsa ($\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = 0$) və ya ($\sigma_1 = 0$; $\sigma_2 = 0$; $\sigma_3 \neq 0$) (şəkil 8.2 c) gərginlikli hal biroxlu və ya xətti gərginlikli hal adlanır.

§50. Müstəvi gərginlikli vəziyyətdə mail kəsiklərdəki gərginliklər

Müstəvi gərginlikli vəziyyətlə olan elementdən elementar düzbucaqlı kəsib ayırıq (şəkil 8.3 a). Tutaq ki, onun üzrlərində normal və toxunan gərginliklər təsir edir. Düzbucaqlının baş kəsiyini və bu kəsikdə təsir edən baş gərginlikləri təyin edək.

Normal gərginliklərin $\sigma_x > \sigma_y$ olduğunu və mail kəsiyin normalının böyük normal gərginliklə α bucağı əmələ gətirdiyini qəbul edək. Bucağın müsbət qiyməti saat əqrəbinin əksi istiqamətində ölçülür. Mail kəsiyin sahəsi (AB tərəfi)



Şəkil 8.3.

dF olarsa üfiqi tərəfin sahəsi (AC tərəfi) $dF \cdot \cos\alpha$, şaquli tərəfin sahəsi (BC tərəfi) $dF \sin\alpha$ olar (şəkil 8.3 b).

Mail kəsiklə ayrılmış elementə təsir edən bütün qüvvələri bu kəsiyin $\bar{n}$ normalı (σ_α istiqamətində) üzərində proyektəndirək.

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha \cdot dF - (\sigma_x dF \cos\alpha) \cdot \cos\alpha - (\sigma_y dF \sin\alpha) \sin\alpha + \\ + (\tau dF \cos\alpha) \sin\alpha + (\tau dF \sin\alpha) \cos\alpha = 0 \\ \sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \sin^2\alpha - \tau \sin 2\alpha \end{aligned} \quad (8.1)$$

Bütün qüvvələri τ_α istiqamətində proyektəndirsək alarıq:

$$\begin{aligned} \tau_\alpha \cdot dF - (\sigma_x dF \cos\alpha) \cdot \sin\alpha + (\sigma_y dF \sin\alpha) \cos\alpha - \\ - (\tau dF \cos\alpha) \cos\alpha + (\tau dF \sin\alpha) \sin\alpha = 0 \\ \tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau \cos 2\alpha \end{aligned} \quad (8.2)$$

α - bucağının dəyişməsi ilə gərginliklərin qiymətləri mütəmadi olaraq dəyişir.

Baş kəsiklərin vəziyyətini təyin etmək üçün $\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha}$ ifadəsini sıfıra bərabərləşdir-mək lazımdır.

$$\left. \frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} \right|_{\alpha=\alpha_0} = -2\sigma_x \cos\alpha_0 \sin\alpha_0 + 2\sigma_y \sin\alpha_0 \cos\alpha_0 - 2\tau \cos 2\alpha_0 = 0$$

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha_0 + \tau \cos 2\alpha_0 = 0 \quad (8.3)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau}{\sigma_y - \sigma_x} \quad (8.4)$$

(8.2) və (8.3) ifadələrini müqayisə etsək $\alpha = \alpha_0$ olduqda $\tau_\alpha = 0$ olduğunu görürük. Yəni baş kəsiklərdə toxunan gərginliklər yaranmır.

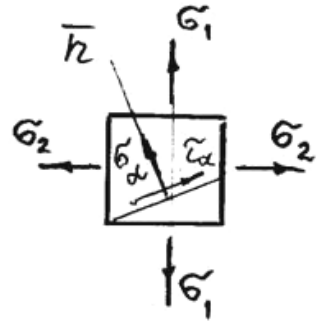
(8.1) tənliyində $\alpha = \alpha_0$ yazmaqla baş sahələrdə təsir edən baş gərginliklərin qiymətlərini ($\sigma_1 = \sigma_{\max}$; $\sigma_3 = \sigma_{\min}$) hesablamaq olar. Bu ifadədə triqonometrik funksiyalardan azad olunmaqla baş gərginliklərin hesablanması üçün aşağıdakı ifadələri alarıq:

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \left. \begin{matrix} \sigma_{\max} \\ \sigma_{\min} \end{matrix} \right\} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} \quad (8.5)$$

Düzbucaqlının üzlərində baş gərginliklər təsir edərsə, mail kəsikdə yaranan gərginlikləri (8.1) və (8.2) ifadələrinə əsasən təyin edə bilərik.

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha \quad (8.6)$$

$$\tau_\alpha = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha \quad (8.7)$$



Şəkil 8.4.

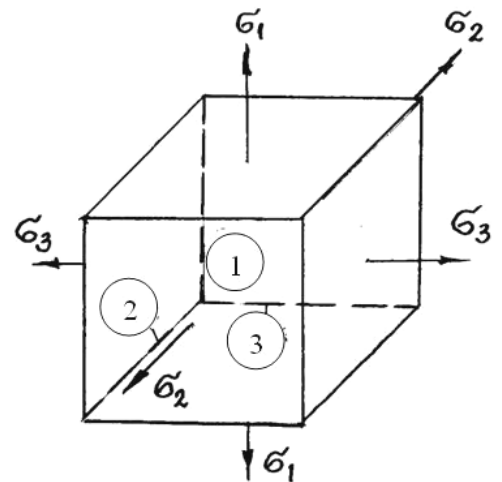
§51. Həcmi gərginlikli vəziyyət. Ümumiləşmiş Huk qanunu

Xarici qüvvələrin təsiri altında olan cismin ixtiyari nöqtəsi ətrafında bütün üzləri baş kəsiklər olan paralelopiped kəsib ayıraq. Bu üzlərdə təsir edən normal gərginliklərin hamısı (hər üçü) sıfırdan fərqli olarsa, yaranan gərginlikli hal həcmi gərginlikli hal adlanır.

Paralelopipedin tillərini paralel olduqları gərginliklərin indeksləri ilə işarələyək (şəkil 8.5).

Gərginliklərin təsirindən tillərdə yaranan deformasiyaları təyin edək. Əvvəlcə 1 – tilinin deformasiyasını hesablayaq. Bu til σ_1 gərginliyi təsirindən $\varepsilon'_1 = \frac{\sigma_1}{E}$ qədər uzanma σ_2 və σ_3 gərginlikləri təsirindən isə uyğun olaraq

$\varepsilon''_1 = -\mu \frac{\sigma_2}{E}$ və $\varepsilon'''_1 = -\mu \frac{\sigma_3}{E}$ qədər qısalma deformasiyası alar. Analoji olaraq 2 və 3 tilləri-



Şəkil 8.5.

nin də deformasiyalarını qüvvələrin təsirinin biri-birindən asılı olmaması prinsipinə əsasən hesablamaqla alırıq:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \varepsilon'_1 + \varepsilon''_1 + \varepsilon'''_1; & \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]; \\
\varepsilon_2 &= \varepsilon'_2 + \varepsilon''_2 + \varepsilon'''_2; & \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)]; \\
\varepsilon_3 &= \varepsilon'_3 + \varepsilon''_3 + \varepsilon'''_3; & \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)].
\end{aligned} \tag{8.8}$$

Bu ifadələr baş gərginliklərin təsirindən həcmi gərginlikli halda tillərdə yaranan baş nisbi deformasiyalardır.

Xüsusi halda (8.8) ifadələrində $\sigma_2=0$ qəbul etməklə müstəvi gərginlikli halda, $\sigma_2=\sigma_3=0$ və ya $\sigma_1=\sigma_2=0$ qəbul etməklə isə xətti gərginlikli halda baş nisbi deformasiyaları hesablamaq olar.

Əgər paralelopipedin üzlərində ümumi halda σ_x , σ_y , σ_z gərginlikləri təsir edərsə, uyğun tillərdə yaranan nisbi deformasiyalar (8.8) düsturları əsas götürülməklə

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)] \\
\varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)] \\
\varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)]
\end{aligned} \tag{8.9}$$

ifadələri ilə hesablanıla bilər. Bu zaman üzlərdə təsir edən toxunan gərginliklərin tillər istiqamətində yaratdıqları sürüşmə deformasiyaları kiçik olduğundan nəzərə alınmır.

(8.8) və ya (8.9) ifadələri həcmi gərginlikli hal üçün **ümumiləşmiş Huk** qanununun düsturları hesab olunur.

§52. Deformasiyanın potensial enerjisi

Biroxlu gərginlikli halda deformasiyanın xüsusi potensial enerjisinin $u = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon$ ifadəsi ilə (2.22) hesablandığı məlumdur. Onda həcmi gərginlikli halda vahid həcmdə toplanan, deformasiyanın xüsusi potensial enerjisi, qüvvələrin təsirinin biri-birindən asılı olmaması prinsipinə görə

$$u = \frac{1}{2} \sigma_1 \varepsilon_1 + \frac{1}{2} \sigma_2 \varepsilon_2 + \frac{1}{2} \sigma_3 \varepsilon_3 \quad (8.10)$$

ifadəsi ilə təyin oluna bilər. Baş nisbi deformasiya ifadələrini yerinə yazsaq alarıq:

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] \quad (8.11)$$

Həcmi gərginlikli halda element həm forma, həm də həcm dəyişikliyinə məruz qalır. Onda potensial enerjini də iki hissədən ibarət göstərmək olar.

$$u = u^v + u^f \quad (a)$$

Normal gərginliklər də həm həcm, həm də forma dəyişməsinə sərf olunan gərginliklərin cəmi kimi göstərilə bilər:

$$\sigma_1 = \sigma_1^v + \sigma_1^f; \quad \sigma_2 = \sigma_2^v + \sigma_2^f; \quad \sigma_3 = \sigma_3^v + \sigma_3^f \quad (b)$$

Formanın saxlanması ilə həcm dəyişməsi $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$ olduğu halda mümkündür. Bu hal yalnız bərabərtərəfli dartılma və ya sıxılma halında yaranır. Yəni

$$\sigma_1^v = \sigma_2^v = \sigma_3^v = \sigma_{or} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (c)$$

olar. Bu vəziyyətdə forma dəyişməz. Bütün enerji həcm dəyişməsinə sərf olunur. (8.11) tənliyində (c) ifadəsini nəzər almaqla təyin edirik:

$$u^v = \frac{1}{2E} \left[3 \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right)^2 - 2\mu \cdot 3 \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right)^2 \right]$$

və ya

$$u^v = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \quad (d)$$

Həcmi elastiklik modulu anlayışından istifadə etməklə

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$$

Həcm dəyişməsinə sərf olunan deformasiyanın xüsusi potensial enerjisini

$$u^v = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2}{18K} = \frac{\sigma_{or}^2}{2K} \quad (e)$$

şəklində təyin edə bilərik.

Forma dəyişməsinə sərf olunan xüsusi potensial enerjini (a) ifadəsinə əsasən $u^f = u - u^v$ kimi hesablaya bilərik:

$$u^f = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (f)$$

Məsələn, xətti gərginlikli hal üçün yoxlama aparsaq ($\sigma_1=\sigma$; $\sigma_2=\sigma_3=0$) (d) və (f) ifadələrinə əsasən

$$u^v = \frac{1-2\mu}{6E} \sigma^2; \quad u^f = \frac{1+\mu}{3E} \sigma^2$$

təyin edərik. (a) ifadəsinə görə $u = u^v + u^f = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon$ olduğunu hesablamaq çətinlik törətmir.

§53. Möhkəmlik nəzəriyyələri

İndiyə qədər materiallar müqaviməti fənnində biz, biroxlu gərginlikli halı və ya sadə ikioxlu gərginlikli halı (sürüşmə, burulma) araşdırmışıq. Bu hallarda möhkəmlik şərtini tərtib etmək o qədər də çətinlik törətmirdi.

Tələb olunurdur ki, kəsiklərdə yaranan normal və toxunan gərginliyin qiyməti biroxlu gərginlikli hal üçün təcrübə ilə təyin olunmuş öz buraxılabilən həddini keçməsin.

Mürəkkəb gərginlikli hallarda, məsələn əyilmə ilə burulmanın birgə təsiri zamanı, möhkəmlik şərtini tərtib etmək mümkün olmur. σ_1 , σ_2 və σ_3 gərginliklərinin birgə təsiri zamanı təhlükəli vəziyyətin bu gərginliklərin hansı nisbətində yaranıldığını müəyyən etmək çətinidir. Ona görə də möhkəmlik şərtini tərtib etmək üçün nəzəri «**möhkəmlik nəzəriyyələri**» anlayışından istifadə olunur. Materiallar müqaviməti fənnində əsasən dörd möhkəmlik nəzəriyyəsi öyrənilir. Birinci və ikinci möhkəmlik nəzəriyyələri plastik materiallar üçün doğru nəticələr vermədiyindən üçüncü və dördüncü möhkəmlik nəzəriyyələrini şərh edək.

III. Ən böyük toxunan gərginliklər nəzəriyyəsi

Bu nəzəriyyəyə görə mürəkkəb gərginlikli hala məruz qalan materialın dağılmasına səbəb ən böyük toxunan gərginliyin bir oxlu gərginlikli hal üçün təyin olunmuş öz buraxılabilən qiymətini aşmasıdır.

$$\tau_{\max} \leq [\tau] \quad (8.12)$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \leq \frac{[\sigma]}{2}$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma] \quad (8.13)$$

Göründüyü kimi bu nəzəriyyə σ_2 gərginliyinin materialın möhkəmliyinə təsirini nəzərə ala bilmir.

Üçüncü möhkəmlik nəzəriyyəsindən dartılma və ya sıxılmaya işləyən plastik materialların möhkəmliyə yoxlanılmasında geniş istifadə olunur.

IV. Energetik möhkəmlik nəzəriyyəsi

Bu nəzəriyyəyə görə mürəkkəb gərginlikli hala məruz qalan materialın dağılmasına səbəb deformasiyanın xüsusi potensial enerjisinin biroxlu gərginlikli hal üçün təyin olunmuş öz buraxılabilən qiymətini aşmasıdır.

$$u \leq [u] \quad (8.14)$$

$$\frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] \leq \frac{[\sigma]^2}{2E}$$

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \leq [\sigma] \quad (8.15)$$

Təcrübələr göstərir ki, möhkəmliyin kriteriyası kimi enerjinin tam qiyməti deyil, onun yalnız forma dəyişməsinə sərf olunan hissəsi götürüldükdə nəticələr daha düzgün olur. Məlumdur ki, $\mu=0,5$ olduqda həcm dəyişmir. Onda bu nəzəriyyəyə görə möhkəmlik şərti

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq [\sigma] \quad (8.16)$$

şəklində tərtib olunur. Bu nəzəriyyədən plastik materialların möhkəmliyə yoxlanılmasında geniş istifadə olunur.

FƏSİL 9.

ƏYİLMƏDƏ STATİK HƏLL OLUNMAYAN SİSTEMLƏR

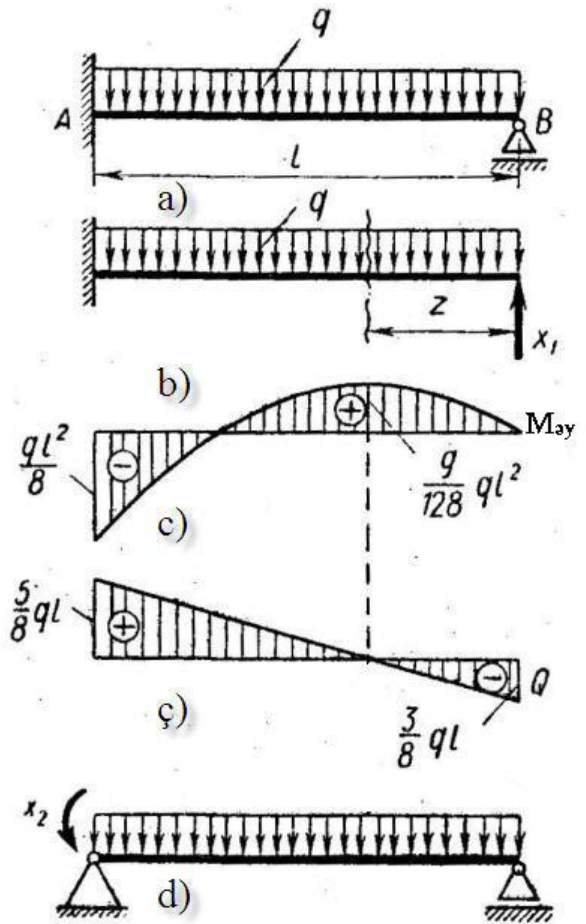
§54. Statik həll olunmayan tirlər

Daxili qüvvələri statikanın müvazinət tənlikləri vasitəsi ilə təyin oluna bilməyən tirlər statik həll oluna bilməyən tirlər adlanırlar. Belə tirlərin həlli üçün müvazinət tənliklərindən əlavə deformasiya (yerdəyişmə) tənlikləri də tərtib olunmalıdır.

Sxemdə göstərilmiş tirin (şəkil 9.1 a) həll ardıcılığını araşdıraq.

Naməlum dayaq reaksiya qüvvələrinin sayı dörd (sərt bərkidilmiş dayaqda üç, oynaqli tərpənən dayaqda bir), yazılması mümkün olan müvazinət tənliklərinin sayı isə üçdür. Deməli, sistem bir dəfə statik həll olunmayandır. Bir əlavə deformasiya (yerdəyişmə) tənliyi tərtib etmək lazımdır.

Sistemin həndəsi dəyişməzliyini təmin edən dayaq rabitələrindən artıq olanını nəzərdən ataraq onu statik həll olunan vəziyyətə gətirək (şəkil 9.1 b). Bu sistem **əsas sistem** adlanır. Atılmış dayaq rabitəsini məchul qüvvə ilə əvəz edək. Deformasiyaların birgəliyi şərtinə görə atılmış rabitə istiqamətində yerdəyişmənin sıfır bərabərliyi şərtini təmin edək.



Şəkil 9.1.

$$y_B = y_q + y_x = 0$$

açıq şəkildə yazaraq

$$-\frac{q\ell^4}{8EJ} + \frac{X\ell^3}{3EJ} = 0$$

$$X = \frac{3}{8}q\ell$$

olduğunu təyin edirik.

İxtiyari z – kəsiyində əyici moment və kəsici qüvvə tənliliklərini tərtib edərək hesablayıb epyurlarını qururuq (şəkil 9.1 c, ç).

Əsas sistemi sərt dayaqdakı rabitələrdən birini nəzərdən atmaqla da əldə etmək olar (şəkil 9.1 d).

§55. Qüvvələr üsulu. Əsas sistem.

Kanonik tənliliklər

Statik həll olunmayan millər sisteminin həll olunması metodikalarının sayı kifayət qədər çoxdur. Bu metodikalar «İnşaat mexanikası» fənnində geniş şəkildə öyrənilir. Materiallar müqaviməti fənnində isə onlardan ən geniş yayılanlardan biri – qüvvələr üsulu araşdırılır.

Sistemin həndəsi dəyişməzliyini təmin edən dayaq rabitələri **əsas dayaq rabitələri** adlanırlar.

Əsas dayaq rabitələrindən artıq olanları isə **əlavə dayaq rabitələri**dir.

Artıq dayaq rabitələrinin nəzərdən atılması ilə əldə olunan statik həll olunan və həndəsi dəyişməz sistem **əsas sistem** adlanır.

Dayaq rabitələri daxili və xarici ola bilər.

Əsas sistemdə atılmış dayaq rabitələri məchul qüvvələrlə əvəz olunur.

Qüvvələr üsulunda məchul qüvvə kimi atılmış dayaq rabitələri əvəzində tətbiq olunmuş qüvvələr götürülür.

Daxili rabitələrin atılması ilə əldə olunmuş əsas sistemdə məchul qüvvələr kimi daxili qüvvə amilləri (M_z ; Q_z ; N ; ...) qəbul olunur.

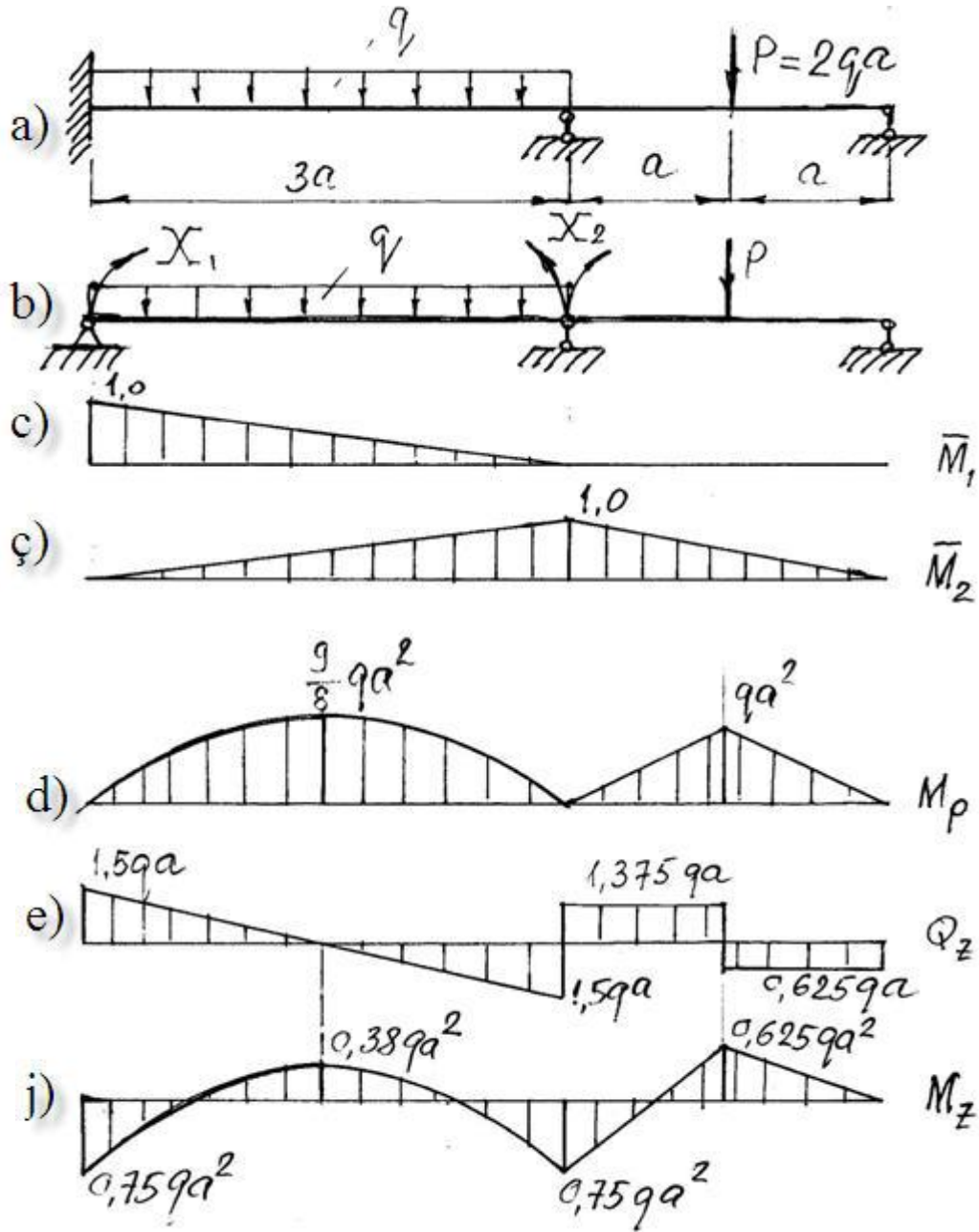
Sistemin həndəsi dəyişməzliyi müstəvi məsələlərdə üç, fəza məsələlərində isə altı dayaq rabitəsi ilə təmin olunur.

85

Verilmiş (şəkil 9.2 a) çoxaşırımlı (kəsilməz) tir iki dəfə statik ($5 - 3 = 2$) həll olunmayandır. Bu sistemin əsas sistemini seçərək (şəkil 9.2 b) kononik tənlikləri tərtib edək:

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0. \end{cases} \quad (a)$$

Ayrılıqda $X_1 = 1$, $X_2 = 1$ və xarici qüvvələrdən əyici moment epyurlarını quraq (şəkil 9.2, c, ç, d).



Şəkil 9.2.

Tənliklərə (a) daxil olan əmsalları Vereşşagin üsulu ilə hesablayaq.

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3a \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{a}{EJ},$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3a \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{a}{2EJ},$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3a \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2a \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{5a}{3EJ},$$

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EJ} q \frac{(3a)^3}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{27}{24EJ} qa^3,$$

$$\Delta_{2p} = \frac{1}{EJ} \left(q \frac{(3a)^3}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot qa^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \right) = \frac{39qa^3}{24EJ}.$$

(a) sistemində yerinə yazaraq EJ – hasilinə vuraq:

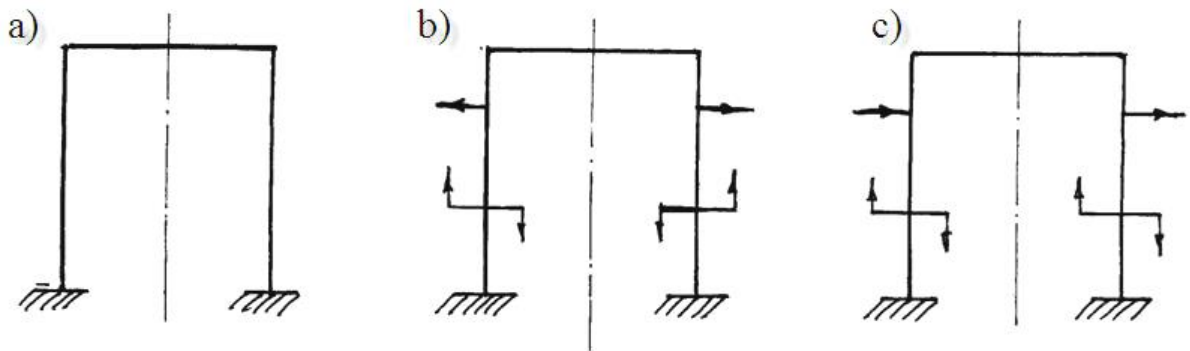
$$\left. \begin{aligned} aX_1 + \frac{1}{2}a \cdot X_2 + \frac{9 \cdot qa^3}{8 \cdot EJ} &= 0 \\ \frac{1}{2}a \cdot X_1 + \frac{5}{3}a \cdot X_2 + \frac{13 \cdot qa^3}{8 \cdot EJ} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

(b) sistemini həll etməklə $X_1 = -0,75qa^2$; $X_2 = -0,75qa^2$ təyin edirik.

Dayaq momentlərini də nəzərə almaqla ayrı-ayrı aşırımların məntəqələrində əyici moment və kəsici qüvvə ifadələrini tərtib edərək hesablayıb epyurlarını qururuq (şəkil 9.2 e, j).

§56. Statik həll olunmayan sistemlərdə simmetriyanın nəzərə alınması

Tutaq ki, konturuna görə simmetriya oxuna malik sınıq oxlu tir (çərçivə) verilmişdir (şəkil 9.3 a).



Şəkil 9.3.

Simmetriya oxundan bir tərəfdə qalan hissə digər tərəfdəki hissənin güzgüdəki əksi olan sistemlər **simmetrik** sistemlər adlanırlar. Belə sistemlərdə simmetriyanın nəzərə alınması ilə məchul qüvvə faktorlarının sayını azaltmaq, yəni həlli sadələşdirmə mümkündür.

Çərçivənin simmetrik və çəp simmetrik yüklərlə yüklənmiş hallarına baxaq.

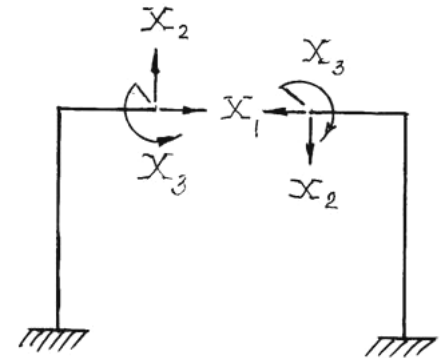
Çərçivənin, simmetriya oxundan bir tərəfdə qalan hissəsinə təsir edən bütün xarici qüvvələr digər tərəfdəki yüklərin güzgüdəki əksi olan hal simmetrik yüklər adlanır (şəkil 9.3 b). Bir tərəfdəki xarici qüvvələr digər tərəfdəki yüklərin güzgüdəki əksi olmaqla əks işarəli olarsa, yüklər, çəp simmetrik hesab olunurlar (şəkil 9.3 c).

Analoji olaraq daxili qüvvə faktorları da simmetrik və çəp simmetrik olmaqla növlərə bölünürlər.

Simmetriya oxundan bir tərəfdəki daxili qüvvə faktorları digər tərəfdəki qüvvə faktorlarının güzgüdəki əksi olduqda- simmetrik, əks işarəli olduqda isə çəp simmetrik qüvvə faktorları adlanırlar. Məsələn, şəkil 9.4-də simmetriya nöqtəsində kəsilməklə əldə olunmuş əsas sistemə təsir edən daxili qüvvə faktorundan X_1 və X_3 simmetrik, X_2 isə çəp simmetrik qüvvə faktorlarıdır. Bu sistem üç dəfə statik həll olunmayandır.

Kanonik tənlikləri tərtib edək.

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1p} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2p} &= 0, \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3p} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (a)$$



Şəkil 9.4.

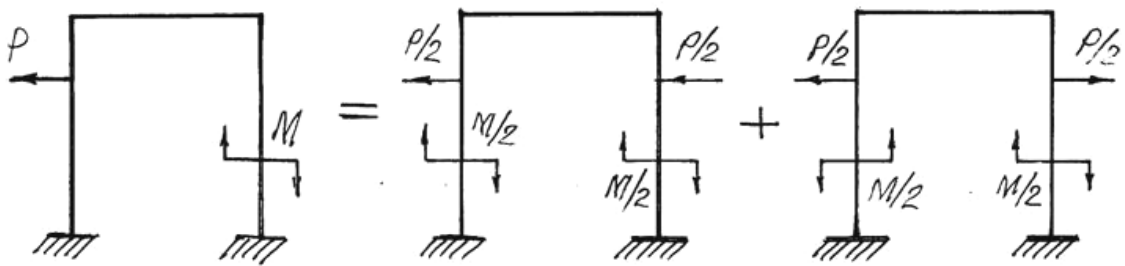
Tənliklərdə, indekslərindən biri simmetrik digəri isə çəp simmetrik qüvvə faktorlarına aid olan əmsallar ($\delta_{12}=\delta_{21}=\delta_{23}=\delta_{32}=0$) sıfıra bərabər olur. Onda (a) sistemi aşağıdakı şəkli alır:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1p} &= 0, \\ \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} &= 0, \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3p} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

Əgər çərçivəyə təsir edən xarici qüvvə simmetrik olarsa, simmetriya müstəvisində çəp simmetrik qüvvə faktorları (X_2) sıfıra bərabər olar.

Xarici qüvvə çəp simmetrik olarsa, simmetrik qüvvə faktorları (X_1 və X_3) sıfıra bərabər olar.

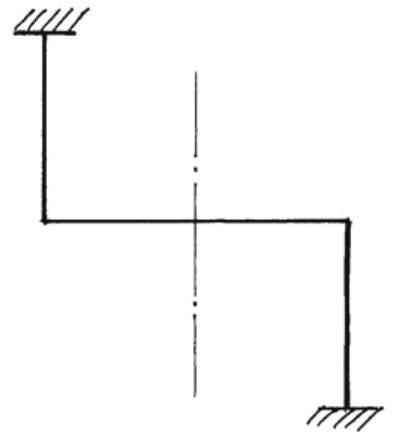
Simmetrik çərçivəyə təsir edən xarici qüvvələr nə simmetrik, nə də çəp simmetrik olarsa, onları simmetrik və çəp simmetrik olmaqla iki yükləmənin cəmi kimi göstərmək olar (şəkil 9.5).



Şəkil 9.5.

Bu zaman ümumi həll simmetrik və çəp simmetrik çərçivələrin həllinin cəmindən ibarətdir.

Çərçivə konturuna görə çəp simmetrik olarsa, simmetriyanın nəzər alınması ilə həllin sadələşdirilməsinə nail olmaq olar (şəkil 9.6).

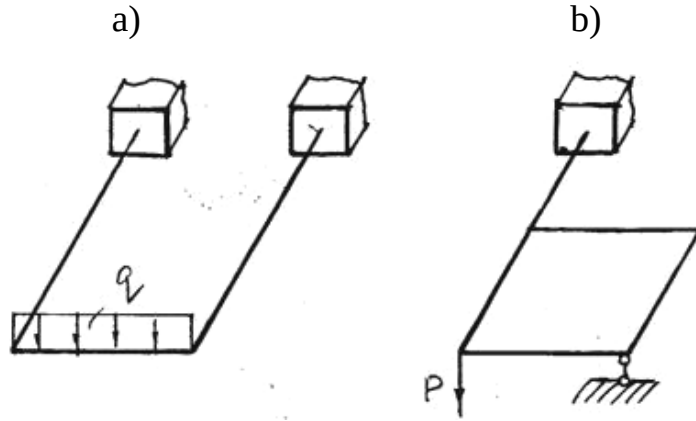


Şəkil 9.6.

§57. Müstəvi-fəza və fəza sistemləri.

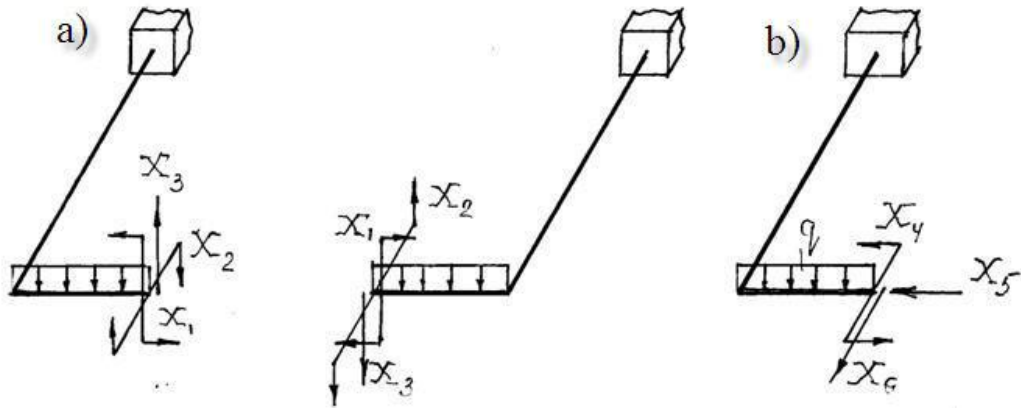
Konturuna görə müstəvi, yüklənməsi isə bu müstəviyə perpendikulyar olan sistemlər müstəvi-fəza sistemləri adlanırlar (şəkil 9.7).

Müstəvi-fəza çərçivələrinin xüsusiyyəti, çərçivə müstəvisində daxili qüvvə amillərinin sıfıra bərabər olmasıdır.



Şəkil 9.7.

Şəkil 9.7 a-da verilmiş çərçivəni simmetriya xətti üzrə kəsərək onu, statiki həll olunan vəziyyətə gətirək. Kəsik müstəvisində ümumi halda altı daxili qüvvə amili göstərmək olar.



Şəkil 9.8.

Onlardan üçü çərçivə müstəvisinə perpendikulyar müstəvidə (şəkil 9.8 a), üçü isə çərçivə müstəvisində (şəkil 9.8 b) yaranır. «b» sistemində sadəlik üçün çərçivənin bir hissəsi göstərilmişdir. Çərçivənin kontur müstəvisinə perpendikulyar müstəvidəki daxili qüvvə amilləri: X_1 – əyici moment, X_2 – burucu moment və X_3 – kəsici qüvvədir. Çərçivə müstəvisindəki daxili qüvvə amilləri: X_4 – əyici moment, X_5 – normal qüvvə, X_6 – kəsici qüvvədir.

Simmetrik və çəp simmetrik müstəvi çərçivələrdə olduğu kimi kontur müstəvisində yaranan daxili qüvvə amillərinin (X_4 , X_5 , X_6) sıfıra bərabər olduğunu sübut etmək olar. Beləliklə, müstəvi-fəza sistemlərində də simmetriyanın nəzərə alınması ilə həlli sadələşdirmək mümkündür.

Fəza sistemlərində statik həll olunmazlığın açılması zamanı həndəsi dəyişməzliyin təmin olunmasını gözləmək lazımdır.

FƏSİL 10.

MÜRƏKKƏB MÜQAVİMƏT

§58. Mürəkkəb müqavimət. Çəp əyilmə

Millərin dartılma və ya sıxılma, burulma, sürüşmə və yastı əyilməyə məruz qaldığı deformasiya halların hesablanması qaydaları tərəfimizdən araşdırılıb. İstehsalatda bu sadə deformasiyaların birgə təsir etdiyi hallara da təsadüf olunur. Məsələn, əyilmə ilə burulmanın birgə təsiri və sair.

İki və daha çox sadə deformasiyanın birgə təsiri mürəkkəb deformasiyalı hal adlanır.

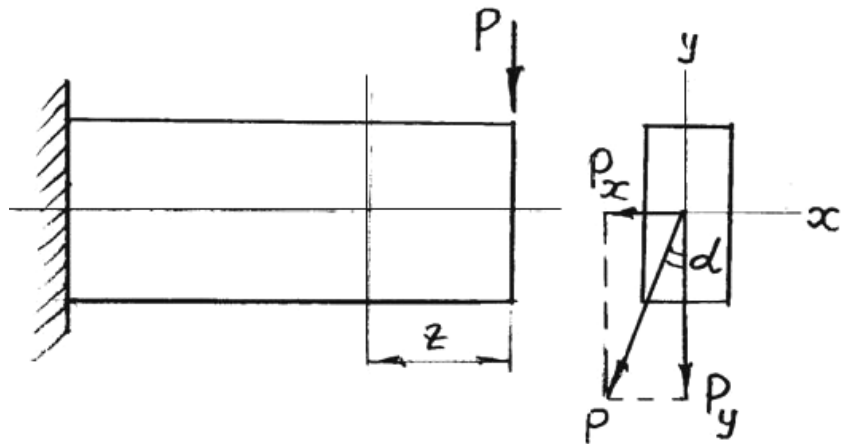
Qüvvələrin təsir müstəvisi tirin oxundan keçməklə onun kəsiyinin baş oxlarından heç biri ilə üst-üstə düşməyən halda yaranan əyilmə **çəp** əyilmə adlanır.

Sxemdə göstərilmiş (şəkil 10.1) tirə təsir edən P qüvvəsi onun kəsiyinin ağırlıq mərkəzindən keçməklə oy oxu ilə α - bucağı əmələ gətirir.

P – qüvvəsini koordinat oxları üzərində toplananlarına ayıraq:

$$\left. \begin{aligned} P_y &= P \cdot \cos \alpha \\ P_x &= P \cdot \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

İxtiyari z – kəsiyində bu kəsiyin baş oxlarına nəzərən əyici momentlər



Şəkil 10.1.

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -P_y \cdot z = -P \cdot z \cdot \cos \alpha = -M \cos \alpha, \\ M_y &= -P_x \cdot z = -P \cdot z \cdot \sin \alpha = -M \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

olar. Burada $M = P \cdot z$ -dir. Deməli, tirin kəsiklərində onun baş oxlarına nəzərən iki əyici moment yaranır. Yəni çəp əyilmə iki sadə əyilmənin cəmindən ibarət olmaqla mürəkkəb müqavimətli hala aiddir.

Qüvvələrin təsirinin biri-birindən asılı olmaması prinsipi əsas götürməklə kəsiklərdə yaranan gərginliyi ayrı-ayrı momentlərdən məlum düstura əsasən hesablayaraq toplamaq lazımdır.

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot x = -M \left(\frac{y \cos \alpha}{J_x} + \frac{x \sin \alpha}{J_y} \right) \quad (10.1)$$

x və y koordinatlarının işarəsi də nəzərə alınmaqla qiymətlərini yerinə yazaraq kəsiyin istənilən nöqtəsində gərginliyi hesablamaq olar.

Ən böyük gərginlik kəsiyin səthi üzərində alınmaqla

$$\sigma = \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y} \quad (10.2)$$

ifadəsi ilə hesablanır. Burada W_x və W_y kəsiyin baş oxlarına nəzərən müqavimət momentləridir.

Kəsik üzərində yaranan gərginliyin ən böyük qiymətinin harada (hansı nöqtədə) yarandığını bilmək üçün neytral oxun vəziyyətini təyin etmək lazımdır.

Gərginliyi sıfıra bərabər olan nöqtələrin həndəsi yeri **neytral xətt** (ox) adlanır.

Tutaq ki, x_0 , y_0 – koordinatlı nöqtə neytral xəttin üzərindədir. Onda (10.1) ifadəsinə əsasən yazı bilərik:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y_0 + \frac{M_y}{J_y} \cdot x_0 = 0. \quad (10.3)$$

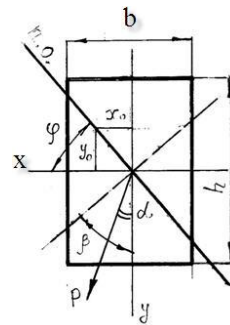
(10.3) – neytral xəttin tənliyidir. Bu ifadəni

$$-\frac{y_0}{x_0} = \frac{J_x}{J_y} \cdot \frac{M_y}{M_x} \quad (10.4)$$

şəklində də yazı bilərik.

Koordinat oxlarını elə seçmək olar ki, M_x və M_y momentləri eyni işarəli olsun (şəkil 10.2). Onda (10.4) ifadəsindən göründüyü kimi x_0 və y_0 koordinatları əks işarəli olmalıdır. Yəni neytral ox birinci kvadrantdan keçə bilməz.

Neytral oxun x ilə əmələ gətirdiyi bucağı



Şəkil 10.2.

φ ilə işarə etsək

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}\varphi &= -\frac{y_0}{x_0}, \\ \operatorname{tg}\varphi &= \frac{J_x}{J_y} \cdot \frac{M_y}{M_x}\end{aligned}\quad (10.5)$$

alarıq.

(b) ifadələrini (10.5) tənliyində nəzərə almaqla

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{J_x}{J_y} \cdot \operatorname{tg}\alpha \quad (10.6)$$

təyin etmək olar. Göründüyü kimi neytral ox qüvvələrin təsir müstəvisinə perpendikulyar deyil. Bəzi kəsiklərdə (dairə, kvadrat, bərabərtərəfli üçbucaq ...) $J_x = J_y$ olduğundan çəp əyilmə yaranmır. Yəni qüvvələrin təsir müstəvisi neytral oxa perpendikulyar olur.

Çəp əyilmədə deformasiyanı hesablayaq. Koordinat oxları üzərində proyeksiyalarına ayrılmış xarici qüvvənin təsirindən ayrılıqda deformasiyanı (əyintini) hesablayaq.

$$W_x = \frac{P_x \ell^3}{3EJ_y}; \quad W_y = \frac{P_y \ell^3}{3EJ_x}.$$

Tam əyinti

$$W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2}$$

ifadəsi ilə hesablanır.

Əyintinin yarandığı müstəvinin vəziyyəti:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{W_x}{W_y} = \frac{P_x J_x}{P_y J_y} = \frac{J_x}{J_y} \cdot \operatorname{tg}\alpha \quad (10.7)$$

ifadəsi ilə təyin olunur.

(10.6) və (10.7) ifadələrin müqayisə etməklə $\varphi = \beta$ olduğunu müəyyən etmək olar.

Əyinti (deformasiya) yarandığı müstəvi neytral xəttə perpendikulyardır.

§59. Əyilmə ilə burulmanın birgə təsiri

Maşınqayırma sənayesində əyilmə ilə burulmanın birgə təsirinə məruz qalan elementlərə (konstruksiya hissələrinə) tez-tez təsadüf olunur (məsələn, vallar, körpü fermalarının hissələri, ...).

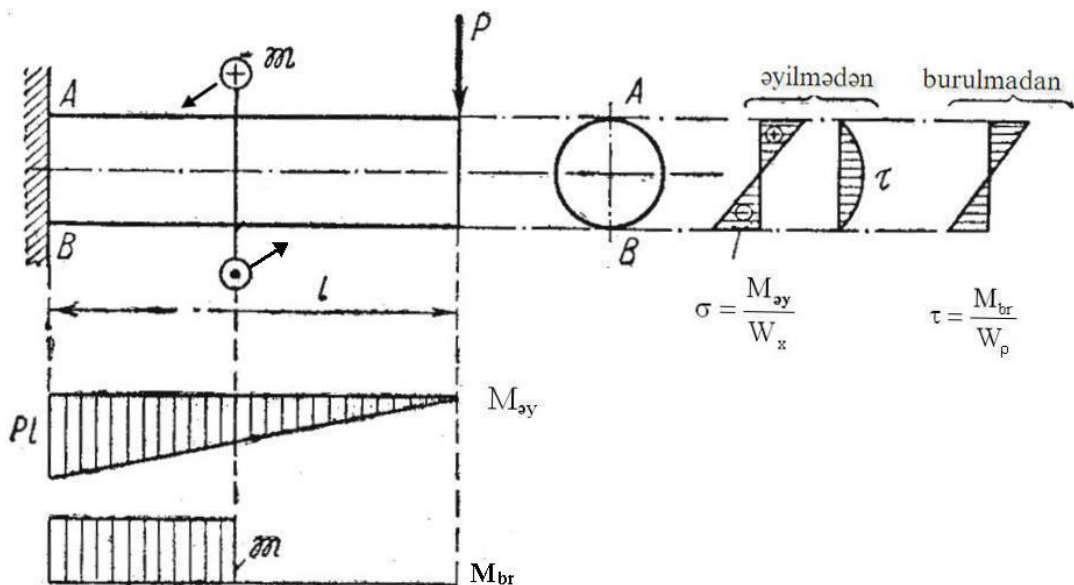
Sxemdə göstərilmiş (şəkil 10.3) dairəvi en kəsikli mil əyilmə ilə burulmanın birgə təsirinə məruz qalır.

Qüvvələrin təsirinin biri-birindən asılı olmaması prinsipinə görə milin kəsiklərində yaranan gərginlikləri əyilmədən və burulmadan ayrılıqda hesablayaraq toplamaq olar.

Milin kəsiklərində əyilmə təsirindən maksimum qiyməti səth üzərində alınan və qiyməti

$$\sigma = \frac{M_{\text{əy}}}{W_x} = \frac{M_z}{W_x} \quad (\text{a})$$

ifadəsi ilə hesablanan normal, maksimum qiyməti neytral oxun üzərində alınan və Juravski düsturu ilə hesablanan toxunan gərginliklər yaranır. Massiv şəkilli kəsiklərdə əyilmədən yaranan toxunan gərginlik burulma təsirindən yaranan toxunan gərginliyə nəzərən kiçik olduğundan hesablamalarda nəzərə alınmır.



Şəkil 10.3.

Burulma təsirindən kəsiyin səthi üzərində maksimum qiymət almaqla

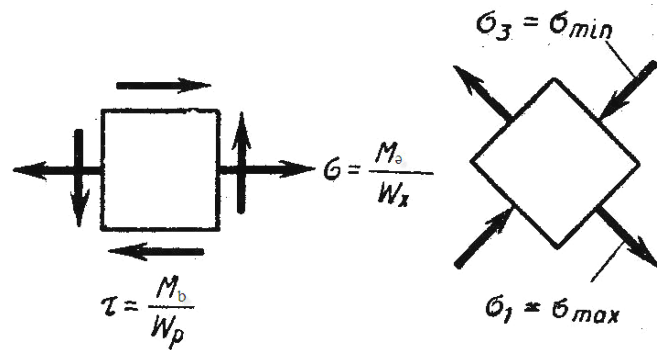
$$\tau = \frac{M_{br}}{W_p} = \frac{M_{br}}{2W_x} \quad (b)$$

ifadəsi ilə hesablanan toxunan gərginlik yaranır.

Dairəvi kəsiklər üçün $W_p = 2W_x$ olduğu məlumdur.

Sxemdən göndüyü kimi mildə, maksimum əyici momentlə maksimum burucu moment eyni kəsikdə (dayaqdakı kəsikdə) yaranır. Bu kəsikdə təhlükəli nöqtələr A və B nöqtələridir. A nöqtəsinin gərginlikli halını araşdıraraq. Nöqtə ətrafında ayrılmış düzbucaqlının yan üzlərində əyilmə təsirindən dartıcı normal gərginlik və burulma təsirindən toxunan gərginlik yaranır (şəkil 10.4).

Uzununa kəsiklərdə isə qoşalılıq qanununa görə yalnız toxunan gərginliklər yaranır. Normal gərginlik sıfıra bərabər olur. Deməli, A nöqtəsi müstəvi gərginlikli vəziyyətdədir. Mil poladdan hazırlandığından onu möhkəmliyə hesablamaq üçün üçüncü və



Şəkil 10.4.

ya dördüncü möhkəmlilik nəzəriyyələrindən istifadə oluna bilər.

Müstəvi gərginlikli vəziyyətlə baş gərginliklər məlum

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \left. \begin{matrix} \sigma_{\max} \\ \sigma_{\min} \end{matrix} \right\} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

ifadələri ilə hesablanır.

III möhkəmlilik nəzəriyyəsinə görə

$$\sigma_h = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma],$$

$$\sigma_h = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (10.8)$$

(a) və (b) ifadələrini nəzərə almaqla təyin edirik:

$$W_x \geq \frac{\sqrt{M_{\text{яй}}^2 + M_{br}^2}}{[\sigma]} \quad (c)$$

Əgər əyilmə iki müxtəlif müstəvidə baş verərsə, əyici moment

$$M_{\text{яй}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad (\text{ç})$$

İfadəsi ilə hesablanır.

IV möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə:

$$\begin{aligned} \sigma_h &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_3} \leq [\sigma], \\ \sigma_h &= \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]. \end{aligned} \quad (10.9)$$

(a) və (b) ifadələrini nəzərə almaqla təyin edirik:

$$\begin{aligned} \sigma_h &= \frac{\sqrt{M_{\text{яй}}^2 + 0,75 \cdot M_{\text{br}}^2}}{W_x} \leq [\sigma], \\ W_x &\geq \frac{\sqrt{M_{\text{яй}}^2 + 0,75 M_{\text{br}}^2}}{[\sigma]} \end{aligned} \quad (\text{d})$$

Əgər əyilmə iki müxtəlif müstəvidə baş verərsə, əyici moment (ç) ifadəsi ilə hesablanır.

§60. Mərkəzdənxcaric dartılma və ya sıxılma

Tutaq ki, xarici qüvvə milin oxu istiqamətində onun kəsiyinin ağırlıq mərkəzindən müəyyən e – eksentrisiteti qədər məsafədə təsir edir (şəkil 10.5). Belə yükləmə qüvvənin istiqamətindən asılı olaraq mərkəzdənxcaric dartılma və ya sıxılma adlanır.

P – qüvvəsi milin oxu istiqamətində onun kəsiyinin ağırlıq mərkəzindən e məsafəsində $c(x_p, y_p)$ nöqtəsində təsir edir. Bu qüvvə, qiyməti $N=-P$ olan sıxıcı normal qüvvə və iki əyici moment yaradır.

Mərkəzdənxcaric dartılma-sıxılma üç sadə deformasiyanın- mərkəzi dartılma və ya sıxılma ilə iki yastı əyilmənin - cəmindən ibarət olmaqla mürəkkəb müqavimətli hala aiddir.

Qüvvə birinci kvadrantda sıxılma yaratdığından əyici momentlər mənfi olurlar.

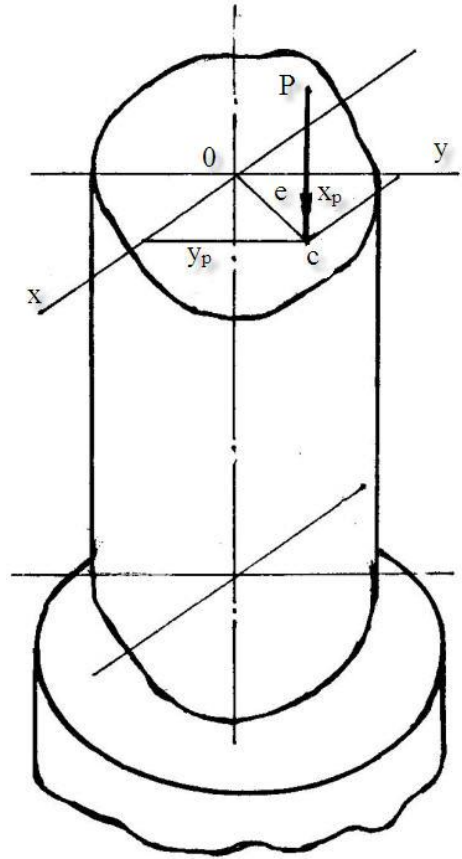
$$\begin{aligned} M_x &= -P \cdot y_p, \\ M_y &= -P \cdot x_p. \end{aligned} \quad (a)$$

Qüvvələrin təsirinin biri-birindən asılı olmaması prinsipinə görə milin ixtiyari kəsiyinin ixtiyari nöqtəsində yaranan gərginliyi

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot x \quad (10.10)$$

ifadəsi ilə hesablamaq olar. Bu zaman x və y koordinatları, işarəsi nəzərə alınmaqla yerinə yazılmalıdır.

Normal qüvvə və əyici momentlərin qiymətlərini (10.10) tənliyində yerinə yazaraq



Şəkil 10.5.

$$\sigma = -\frac{P}{F} - \frac{P \cdot y_p \cdot y}{J_x} - \frac{P \cdot x_p \cdot x}{J_y}$$

olduğunu təyin edirik. Alınmış ifadədə $J_x = i_x^2 \cdot F$, $J_y = i_y^2 \cdot F$ əvəzləməsi aparmaqla kəsikdə yaranan normal gərginliyin ifadəsini alırıq:

$$\sigma = -\frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p \cdot y}{i_x^2} + \frac{x_p \cdot x}{i_y^2} \right) \quad (10.11)$$

Neytral xətt (ox) gərginliyi sıfıra bərabər olan nöqtələrin həndəsi yeridir.

Tutaq ki, neytral ox koordinatları x_0 , y_0 olan nöqtədən keçir. Onda yazı bilərik:

$$\sigma = -\frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p \cdot y_0}{i_x^2} + \frac{x_p \cdot x_0}{i_y^2} \right) = 0$$

$$\frac{P}{F} \neq 0 \text{ olduğundan} \quad 1 + \frac{y_p \cdot y_0}{i_x^2} + \frac{x_p \cdot x_0}{i_y^2} = 0 \quad (10.12)$$

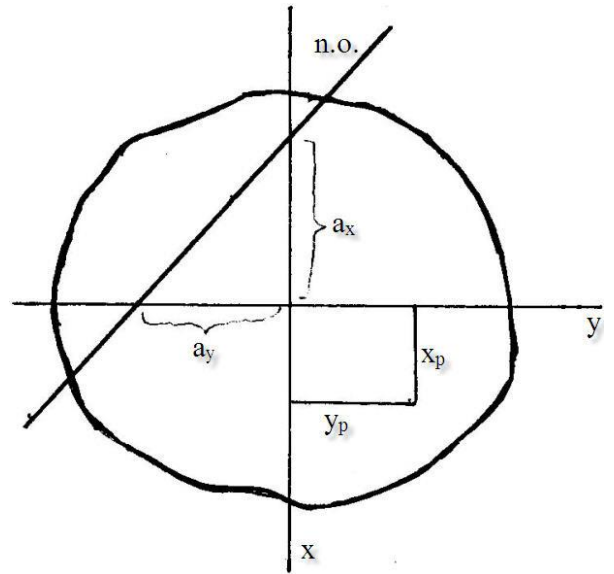
alırıq. Bu ifadə mərkəzdən xaric dartılma-sıxılmada **neytral oxun** tənliyidir.

Neytral oxun vəziyyətini təyin etmək üçün onun koordinat oxlarından kəsdiyi parçaları hesablamaq lazımdır.

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_p}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_p} \quad (10.13)$$

Əgər neytral oxun vəziyyəti məlum olarsa, qüvvənin tətbiq nöqtəsinin koordinatlarını təyin etmək olar.

$$x_p = -\frac{i_y^2}{a_x}; \quad y_p = -\frac{i_x^2}{a_y} \quad (10.14)$$



Şəkil 10.6.

Göründüyü kimi, qüvvənin tətbiq nöqtəsi kəsiyin ağırlıq mərkəzinə yaxınlaşdıqca neytral ox həmin nöqtədən uzaqlaşır.

Kəsiyin özəyi bu kəsiyin ağırlıq mərkəzi ətrafında elə qapalı sahədir ki, qüvvə həmin sahəyə tətbiq olunduqda bütün kəsikdə eyniadlı gərginlik yaranır.

Neytral oxu kəsiyin səthinə toxunan olmaqla bütün kontur boyunca gəzdirdikcə qüvvənin tətbiq nöqtəsi ağırlıq mərkəzi ətrafında müəyyən kontur çızır. Ağırlıq mərkəzi ətrafında yaranan bu qapalı kontur kəsiyin özəyidir.

Sxemdə göstərilmiş (şəkil 10.7) düzbucaqlının özəyinin ölçülərini hesablayaq.

Düzbucaqlının mərkəzi oxlarına nəzərən ətalət radiuslarının

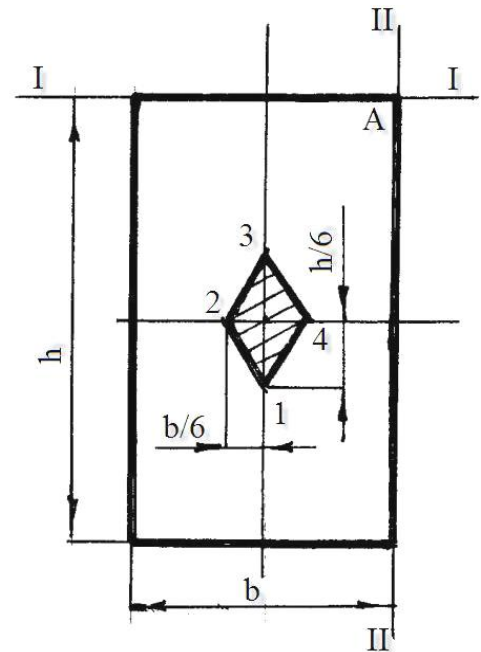
$$i_x^2 = \frac{J_x}{F} = \frac{bh^3}{12} : bh = \frac{h^2}{12},$$

$$i_y^2 = \frac{J_y}{F} = \frac{b^3h}{12} : bh = \frac{b^2}{12}$$

olduğu məlumdur.

Neytral oxun I – I vəziyyətində onun koordinat oxlarından ayırdığı parçaları müəyyən edək.

$$a_x = \infty; \quad a_y = \frac{h}{2}$$



Şəkil 10.7.

(10.4) ifadələrinə əsasən $x_{p_1} = 0$; $y_{p_1} = -\frac{h}{6}$ olduğunu hesablayırıq. Alınmış qiymətlər əsasında, sxemdə «1» nöqtəsini qeyd edirik.

Neytral oxun II – II vəziyyətində oluğunu qəbul edərək hesablayırıq:

$$a_x = \frac{b}{2}; \quad a_y = \infty. \text{ Onda } x_{p_2} = -\frac{b}{6}; \quad y_{p_2} = 0 \text{ olar.}$$

Alınmış qiymətlərə görə sxemdə «2» nöqtəsini qeyd edirik.

Neytral ox A – nöqtəsi ətrafında I – I vəziyyətindən II – II vəziyyətinə qədər döndükdə qüvvənin tətbiq nöqtəsi «1» nöqtəsindən «2» nöqtəsinə qədər düz xətt çızır.

Analoji olaraq «3» və «4» nöqtələrinin koordinatlarını hesablayaraq alınmış 1, 2, 3, 4 nöqtələrini birləşdirməklə özəyin konturunu təyin edirik.

Düzbucaqlı kəsiyin özəyi - romb, dairəvi kəsiyinki - dairəvi, çoxbucaqlı kəsiyinki - çoxbucaqlı və s. alınır.

FƏSİL 11.

DAYANIQLIQ

§61. Boyuna əyilmə. Dayanıqlı vəziyyətlər.

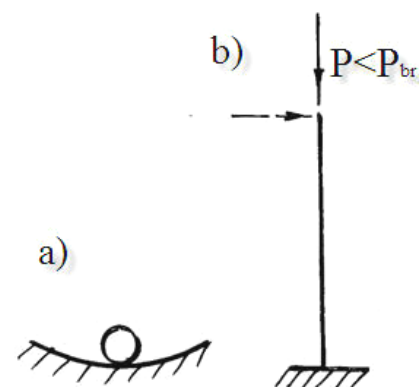
Böhran qüvvəsi

Nəzəri mexanika kursundan məlumdur ki, mütləq bərk cismin üç müvazinət halı mövcuddur:

1. Dayanıqdı;
2. Orta;
3. Dayanıqsız.

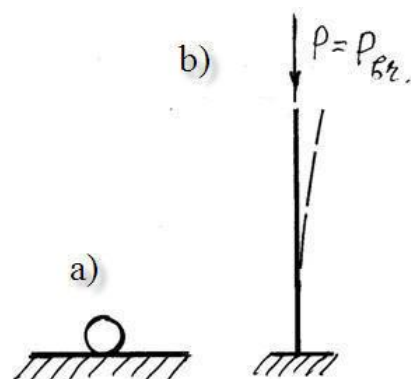
Çökək səthdə yerləşmiş şar müvazinətin dayanıqlı formasında hesab olunur (şəkil 11.1 a).

O, hər hansı qüvvə ilə müvazinət formasından çıxarılsa, yenə öz əvvəlki vəziyyətinə qayıdar. Bu hala $P < P_{br}$ qüvvəsi ilə sıxılan uzun mili də misal göstərmək olar. Mil ixtiyari eninə qüvvə ilə müvazinətdən çıxarılsa da o, öz əvvəlki vəziyyətinə qayıdar (şəkil 11.1 b).



Şəkil 11.1.

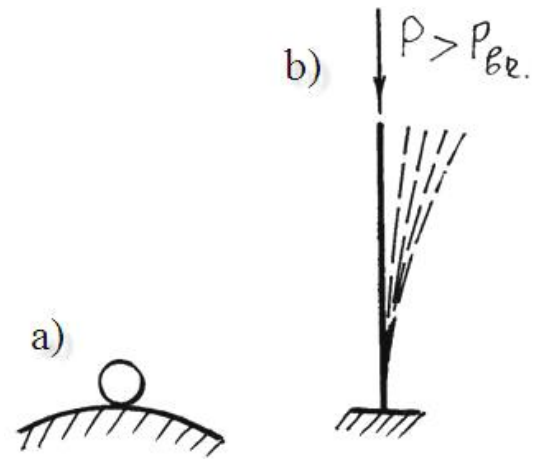
Düz səthdə yerləşən şar müvazinətin orta vəziyyətində hesab olunur (şəkil 11. 2 a). O, ixtiyari qüvvə ilə müvazinətdən çıxarılsa, öz əvvəlki vəziyyətinə qayıtmasa da hərəkətini dayandırır. Bu hala $P = P_{br}$ qüvvəsi ilə sıxılan uzun mili də misal göstərmək olar. Mil ixtiyari eninə qüvvə ilə müvazinət formasından çıxarılsa, öz əvvəlki vəziyyətinə qayıtmasa da ona yaxın əyrixətli formada müvazinətdə qalar (şəkil 11. 2 b).



Şəkil 11.2.

Qabarıq səthdə yerləşən şar müvazinətin dayanıqsız vəziyyətində hesab olunur (şəkil 11. 3 a). O, ixtiyari qüvvə ilə müvazinətdən çıxarılsa, hərəkətini daim

davam etdirər. Bu hala $P > P_{br}$ qüvvəsi ilə sıxılan uzun mili də misal göstərmək olar. Mil əyrixətli formada müvazinətdə qalar. Bu zaman o, sıxılmadan əlavə əyilmə deformasiyasına da məruz qalır. Qüvvənin qiymətinin kiçik artımları böyük deformasiyalar yaradır. Milin kəsiklərində yaranan böyük gərginliklər



Şəkil 11.3.

onun dağılmasına və ya istifadəyə yararsız hala düşməsinə səbəb olur.

Böhran qüvvəsi müvazinətin orta vəziyyətində milə təsir edən qüvvədir.

Böhran qüvvəsinin belə təyin olunması müəyyən nəzəri xarakter daşıyır. Mil əvvəlcədən müəyyən əyriliyə malik ola bilər, qüvvə tam mərkəzdən təsir etməyə bilər və s. faktorlar qüvvənin daha kiçik qiymətlərində milin əyilməsinə səbəb olur.

Qüvvənin kiçik artımlarında milin əyriliyinin kəskin artması onun dayanıqlığının itirilməsi kriteriyası kimi qəbul olunur.

Böhran qüvvəsinin qiymətini bilərək sıxılan mil üçün onun buraxıla bilən qiymətini təyin edə bilərik:

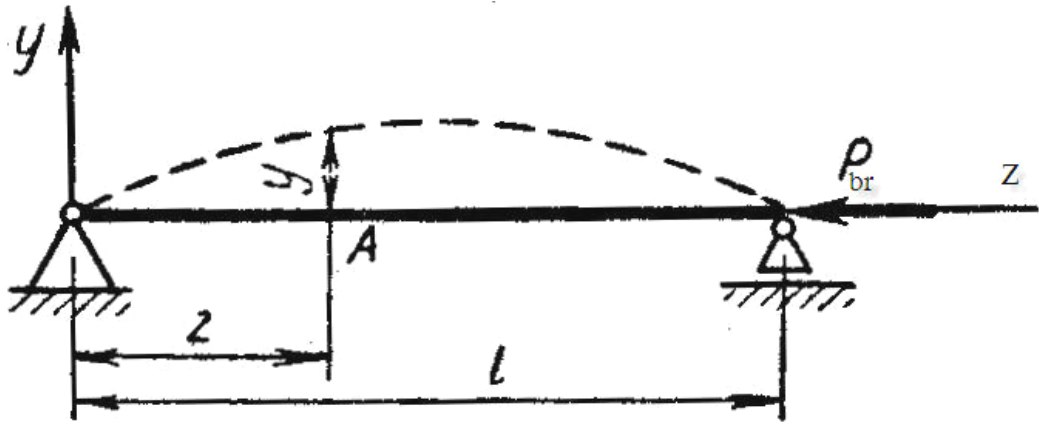
$$[P] = \frac{P_{br}}{n_d} \quad (11.1)$$

Burada n_d – dayanıqlığa ehtiyat əmsəlidir. Bu əmsal müxtəlif faktorları nəzərə almaqla milin təhlükəsiz işini təmin edərək ayrı-ayrı materiallar üçün müxtəlif qiymətdə qəbul olunur.

§62. Böhran qüvvəsi üçün Eyer düsturu

Sxemdə (şəkil 11.4) göstərildiyi kimi sıxılan milin kritik vəziyyətini araşdıraraq.

Tutaq ki, qüvvə öz böhran qiymətini almışdır. Onda mil müəyyən əyriliyə malik olur. Əgər milin kəsiyinin baş oxlarına nəzərən ətalət momentləri biri-birinə bərabər deyilsə, əyilmə sərtliyi az olan ox ətrafında baş verir.



Şəkil 11.4.

Böhran qüvvəsinin təyini üçün əyilmiş oxun təxmini diferensial tənliyindən istifadə olunur.

$$EJ_{\min} \cdot y'' = M_z \quad (a)$$

burada

$$M_z = -P_{br} \cdot y \quad (b)$$

işarənin mənfi götürülməsi əyriliyin yuxarıya qabarıq olmasına görədir. Əgər qabarıqlıq aşağı olarsa işarə müsbət, **y** ordaintı isə mənfi olar, yəni nəticə dəyişməz.

(b) ifadəsini (a) tənliyində yerinə yazaq:

$$\begin{aligned} EJ_{\min} \cdot y'' &= -P_{br} \cdot y, \\ y'' + \alpha^2 y &= 0 \end{aligned} \quad (11.2)$$

burada $\alpha^2 = \frac{P_{br}}{EJ_{\min}}$ əvəzləməsi aparılmışdır.

Alınmış, ikinci tərtibdən bircinsli diferensial tənliyin həlli

$$y = A \cos \alpha z + B \sin \alpha z \quad (c)$$

şəklində axtarılır.

A və B – inteqral sabitləri olub tirin başlanğıc şərtlərindən təyin olunur.

1) $z=0$ olduqda $y=0$ -dır.

Bu şərtədən $A=0$ alınır. Yəni mil

$$y = B \cdot \sin \alpha z$$

sinusoidası üzrə əyilir.

2) $z=l$ olduqda $y=0$ -dır.

$$y = B \cdot \sin \alpha \ell = 0$$

bu asılılıq iki halda ödənilir:

a) $B=0$ olduqda. Bu halda hər iki sabit sıfır olur ($A = B = 0$). (c) ifadəsində $y=0$ alınır. Yəni tirin əyintisi olmur. Bu isə şərtə ziddir.

B) $\sin \alpha \ell = 0$ olduqda. Bu şərt $\alpha \ell = 0, \pi, 2\pi, \dots n\pi$ (n – istənilən tam ədəddir) qiymətlərində ödənilir. Buradan $\alpha = \frac{n\pi}{\ell}$ alınır. Əvvəlki əvəzləməni nəzərə almaqla

$$P_{br} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{\ell^2} \cdot n^2 \quad (11.3)$$

təyin edirik. Beləliklə, müxtəlif formada əyilmiş tirlər üçün çoxlu sayda böhran qüvvəsinin ifadələrini almış oluruq.

Mühəndis hesablamaları üçün böhran qüvvəsinin ən kiçik qiyməti maraq doğurur. Bu isə $n=1$ qiymətində alınır.

$$P_{br} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{\ell^2} \quad (11.4)$$

Bu ifadə sxemdə verilmiş (şəkil 11.4) tirin böhran qüvvəsinin hesablanması üçün Eyler düsturudur. Onda tir

$$y = B \sin \frac{\pi}{\ell} \cdot z \quad (11.5)$$

yarımdalğası üzrə əyilir. «B» əmsalının qiyməti naməlum qalır. Əyilmiş oxun həqiqi diferensial tənliyindən istifadə etməklə bu əmsalı təfəvviz etmək olar.

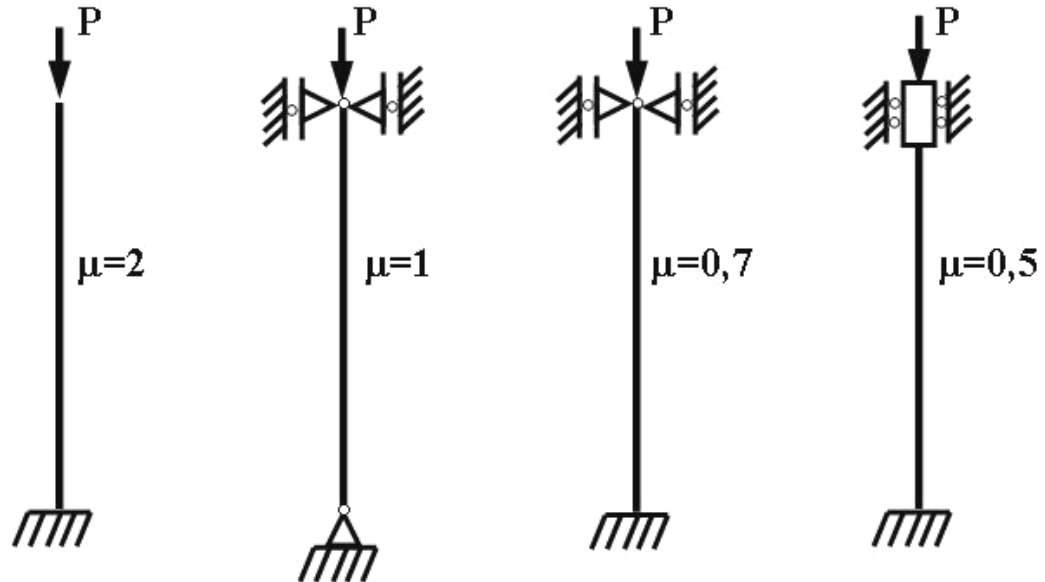
§63. Milin uclarının bərkidilməsindən asılı olaraq Eyler düsturu

Əksər hallarda milin ucları aşağıda göstərilmiş vəziyyətlərdən biri ilə bərkidilir (şəkil 11.5).

Milin uclarının bərkidilməsi də nəzərə alındıqda böhran qüvvəsi üçün Eyler düsturu

$$P_{br} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu \ell)^2} \quad (11.6)$$

kimi yazılır. Burada $\ell_{\text{gət.}} = \mu \ell$ – gətirilmiş uzunluq və ya bir yarım dalğanın yarandığı uzunluqdur; μ – uzunluq (Yasinski) əmsalıdır. (11.6) ifadəsi ümumi halda böhran qüvvəsi üçün Eyler düsturudur.



Şəkil 11.5.

§64. Eyler düsturunun tətbiq sərhədləri

Eyler düsturundan həmişə istifadə etmək mümkün olmur. Bu düsturun çıxarılışı zamanı Huk qanununa əsaslanmaqla təyin olunmuş, əyilmiş oxun diferensial tənliyindən istifadə olunur. Huk qanunu isə, kəsiklərdə yaranan gərginliyin mütənəsiblik həddinə qədərki qiymətlərində özünü doğruldur.

Eyler düsturunun tətbiq sərhədlərini təyin etmək üçün böhran qüvvəsinin təsirinə məruz qalan milin kəsiklərində yaranan **böhran gərginliyini** təyin etmək lazım gəlir.

$$\sigma_{\text{br}} = \frac{P_{\text{br}}}{F} = \frac{\pi^2 EJ_{\text{min}}}{(\mu \ell)^2 \cdot F} \quad (11.7)$$

Digər tərəfdən $J_{\text{min}} = i_{\text{min}}^2 \cdot F$ olduğunu bilərək (11.7) ifadəsini

$$\sigma_{br} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu \ell}{i_{min}}\right)^2}$$

şəklində yazı bilərik. Burada i_{min} – kəsiyin minimum baş oxuna nəzərən ətalət radiusudur.

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{i_{min}}$$

əvəzləməsi aparaq. λ - adsız kəmiyyət olmaqla milin uclarının bərkidilməsini və həndəsi ölçülərini xarakterizə edərək **milin çevrəkliyi** adlanır.

Onda böhran gərginliyi üçün

$$\sigma_{br} = \frac{\pi^2 E}{(\lambda)^2} \quad (11.8)$$

ifadəsini alırıq. Eyler düsturundan istifadə etmək üçün

$$\sigma_{br} = \frac{\pi^2 E}{(\lambda)^2} \leq \sigma_{m.h.} \quad (11.9)$$

şərtinin ödənilməsini təmin etmək lazımdır.

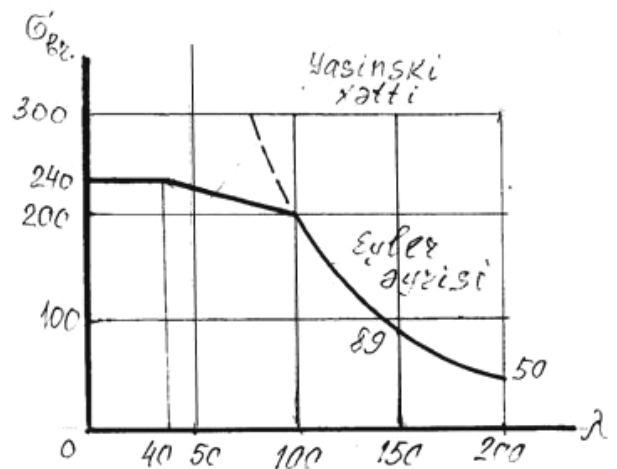
(11.9) ifadəsindən milin çevrəkliyini təyin etməklə Eyler düsturunun tətbiq olunması şərtini müəyyən edə bilərik:

$$\lambda_0 \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{m.h.}}} \quad (11.10)$$

Məsələn, polad 3 materialı üçün mütənasiblik həddinin $\sigma_{m.h.}=200$ mpa olduğunu bilərək çevrəkliyin həddi qiymətini

$$\lambda_0 \geq \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{200}} \cong 100$$

təyin edirik.



Şəkil 11.6.

Beləliklə, azkarbonlu poladlarda milin çevikliyinə $\lambda_0 \geq 100$ qiymətlərində Eyler düsturundan istifadə etmək mümkündür (şəkil 11.6). Bu həddin çuqun materiallar üçün $\lambda_0 \geq 80$, ligerləşdirilmiş poladlar üçün $\lambda_0 \geq 70$ olduğunu müəyyən etmək olar.

Baxılan materialda çevikliyin λ_0 40÷100 qiymətlərində böhran qüvvəsinin hesablanması üçün Yasinski düsturundan istifadə olunmalıdır. $\lambda_0 < 40$ qiymətlərində isə milin yalnız mərkəzi sıxılmaya məruz qaldığı qəbul olunur.

§65. Böhran gərginliyi üçün Yasinski düsturu

Sıxılan milin çevikliyinə öz həddi qiymətindən kiçik olduğu hallara tez-tez təsadüf olunur. Bu vəziyyətlərdə böhran gərginliyinin qiyməti mütənasiblik həddini keçdiyindən Eyler düsturunun tətbiqi mümkünsüz olur.

Elastiklik həddi xaricində, sıxılan milin dayanıqlığının itirilməsi zamanı böhran qüvvəsinin hesablanması üçün təxmini nəzəri üsullar mövcuddur. Bu üsullardan biri çoxsaylı təcrübələr vasitəsi ilə təyin olunmuş Tetmayer-Yasinski düsturudur.

$$\sigma_{br} = a - b\lambda \quad (11.11)$$

burada a və b – materialdan asılı əmsallardır. Polad materialı üçün $\lambda=40\div100$ həddində $a=310$ mpa; $b=1,14$ mpa qəbul olunur. $\lambda < 40$ qiymətlərində isə milin boyuna əyilməyə məruz qalmadığı hesab olunur.

Çuqun materiallarda böhran gərginliyi üçün Yasinski düsturu

$$\sigma_{br} = a - b\lambda + c\lambda^2 \quad (11.12)$$

şəklində yazılır. Bu zaman sabitlərin qiymətləri $a=775$ mpa, $b=12$ mpa, $c=0,053$ mpa qəbul olunur.

Ağac materiallarda isə böhran gərginliyi (11.11) ifadəsi ilə hesablanmaqla əmsallar $a=29,3$ mpa, $b=0,194$ mpa qəbul olunur.

§66. Çubuğun dayanıqlığa hesabı

Ayrı-ayrı diapazonlarda tətbiq olunan iki (Eyler və Yasinski) ifadələri əvəzində milin istənilən çevikliyində istifadə oluna bilən düstur daha praktik hesab olunur.

$$[P] = \varphi[\sigma_s] \cdot F \quad (11.13)$$

Burada $[\sigma_s]$ - sıxılmada buraxılabilən gərginlik;

φ - gərginliyi azaltma əmsalıdır (boyuna əyilmə əmsalı). Bu əmsal milin materialından və onun çevikliyinlə əsəlıdır;

F – milin başlanğıc en kəsik sahəsidir.

(11.13) ifadəsindəki $\varphi[\sigma_s]$ - həddi, dayanıqlığa hesabatda buraxılabilən gərginlik kimi qəbul olunur.

$$[\sigma_d] = \varphi \cdot [\sigma_s]. \quad (11.14)$$

Sıxılmada buraxılabilən gərginliyin (2.12)

$$[\sigma_s] = \frac{\sigma_{m? .h.}}{[n]}$$

ifadəsi ilə hesablandığı məlumdur.

Böhran gərginliyi - σ_{br} , möhkəmlik həddindəki gərginlik - $\sigma_{möh.h.}$, möhkəmliyə ehtiyat əmsalı - $[n]$, dayanıqlığa ehtiyat əmsalı $[n_d]$ və φ - əmsalı arasında aşağıdakı əsılılığı müəyyən etmək olar:

$$[\sigma_d] = \varphi \cdot [\sigma_s] = \frac{\sigma_{br}}{[n_d]},$$

və ya

$$\varphi = \frac{\sigma_{br} \cdot [n]}{\sigma_{m? .h.} \cdot [n_d]} \quad (11.15)$$

En kəsiyin seçilməsi üçün (11.13) ifadəsini

$$F = \frac{[P]}{\varphi \cdot [\sigma_s]}$$

şəklində yazə bilərik. Hesablama aparmaq üçün φ əmsalının qiymətinin verilməsi lazım gəlir. Birinci yaxınlaşmada $\varphi=0,5$ qəbul olunur. Sonra F , J_{min} , i_{min} və λ təyin

olunur. Məlum cədvəldən φ'_1 - əmsalının qiyməti seçilir. Əgər φ_1 və φ'_1 əmsalları arasındakı fərq böyük olarsa ikinci yaxınlaşmada bu əmsalın qiyməti

$$\varphi_2 = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi'_1)$$

qəbul olunmaqla hesabat davam etdirilir. Ardıcıl yaxınlaşmalarda əmsallar arasındakı fərq 4÷6%-dən az olduqda hesabat dayandırılır.

En kəsiyi müəyyən səbəblərdən zəiflədilmiş millərdə boyuna əyilmədən başqa möhkəmliyə də yoxlama aparmaq lazımdır.

$$\sigma = \frac{P}{F_{\text{brutto}}} \leq [\sigma_s],$$

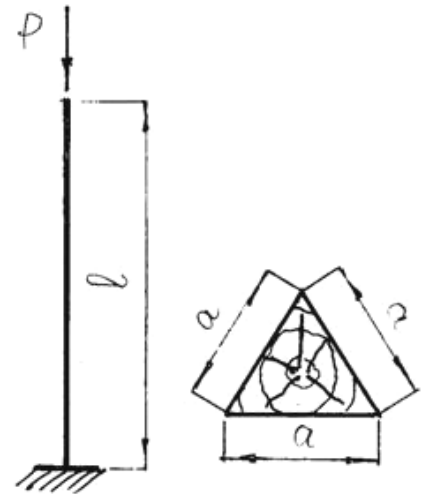
burada F_{brutto} – tam işlək sahədir.

Misal. Sxemdə göstərilmiş (şəkil 11.7) ağac materialından hazırlanmış bərabərtərəfli üçbucaq formalı en kəsikli və ℓ uzunluqlu boyuna əyilməyə işləyən milin en kəsik ölçülərini təyin etmək tələb olunur.

Verilir: $\ell=2$ m, $\mu=2$, $[\sigma]=10$ mpa, $P=320$ kN.

Həlli:

Verilmiş formalı en kəsikli sxem üçün bəzi düsturları çıxaraq:



Şəkil 11.7.

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{F}}; \quad J_{\min} = \frac{\sqrt{3}a^4}{96}; \quad F = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}.$$

Onda $J_{\min} = \frac{F^2}{6\sqrt{3}}$ olar. Buradan $i_{\min}=0,31 \cdot \sqrt{F}$ alınar.

Milin çevikliyinin

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{i_{\min}} = \frac{2 \cdot 2}{0,31 \cdot \sqrt{F}} = \frac{12,9}{\sqrt{F}}$$

olduğunu hesablayırıq.

Hesablamanı tədrici yaxınlaşma üsulu ilə yerinə yetirək.

I yaxınlaşma

$$\varphi_1=0,5$$

$$F = \frac{P}{\varphi_1[\sigma]} = \frac{320}{0,5 \cdot 10 \cdot 10^3} = 640 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\lambda = \frac{12,9}{\sqrt{640 \cdot 10^{-4}}} = 51 \approx 50.$$

Cədvəldən $\varphi'_1=0,8$ seçirik. $\varphi'_1 \gg \varphi_1$ alındığı üçün hesablamayı davam etdiririk.

II yaxınlaşma

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi'_1}{2} = 0,65$$

$$F = \frac{320}{0,65 \cdot 10 \cdot 10^3} = 492,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\lambda = \frac{12,9}{\sqrt{492,3 \cdot 10^{-4}}} = 58,14 \approx 60$$

Cədvəldə $\varphi'_2=0,71$ seçirik. $\varphi'_2 \gg \varphi_2$ -dir.

III yaxınlaşma

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi'_2}{2} = 0,68$$

$$F = \frac{320}{0,68 \cdot 10 \cdot 10^3} = 470,59 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\lambda = \frac{12,9}{\sqrt{470,59 \cdot 10^{-4}}} = 59,5 \approx 60$$

Cədvəldən $\varphi'_3=0,71$ seçirik.

Xətanı hesablayaq:

$$\Delta\sigma = \frac{[\sigma_d] - \sigma}{\sigma} \cdot 100\% \leq 5\%$$

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{320}{470,59 \cdot 10^{-4}} = 6,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 6,8 \text{ MPa}$$

$$[\sigma_d] = \varphi'_3 \cdot [\sigma] = 0,71 \cdot 10 = 7,1 \text{ MPa}.$$

$$\Delta\sigma = \frac{7,1 - 6,8}{6,8} \cdot 100\% = 4,4\% < 5\%$$

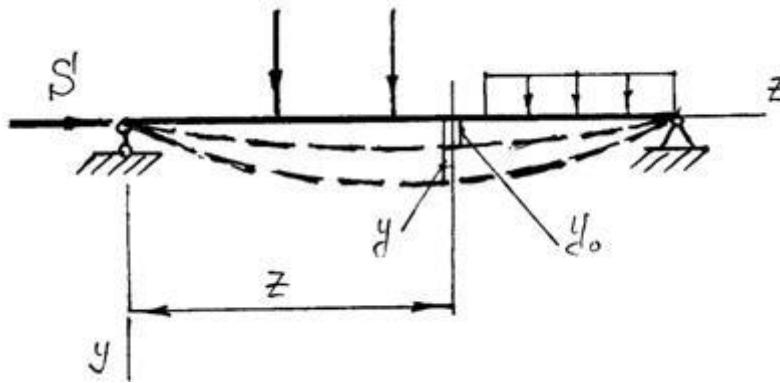
alındığı üçün milin en kəsik sahəsini $F = 470,59 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, en kəsik ölçüsünü isə

$$a = \sqrt{\frac{4F}{\sqrt{3}}} = 32,98 \cdot 10^{-2} \text{ m} \approx 330 \text{ mm} \text{ qəbul edirik.}$$

§67. Düzoxlu çubuğun eninə-boyuna əyilməsi

Elastik, düzoxlu milin eninə-boyuna əyilməsi- eninə əyilmə ilə boyuna istiqamətdə dartılma və ya sıxılmanın cəmindən ibarətdir.

Eninə-boyuna əyilmədə milin kəsiklərində yaranan əyici moment onun oxunun əyilməsi nəzərə alınmaqla təyin olunur.



Şəkil 11. 8

Sxemdə göstəilmiş (şəkil 11.8) uc nöqtələri oynaqla bərkidilmiş tirin deformasiyalı vəziyyətini araşdıraraq. Tir, ixtiyari eninə qüvvələr və boyuna istiqamətdə təsir edən S qüvvəsi ilə yüklənmişdir. y oxunun müsbət istiqamətini aşağıya doğru yönəldək. İxtiyari z kəsiyindəki əyintini y -lə işarə edək. Bu kəsikdə yaranan əyici moment

$$M = M^0 + S \cdot y \quad (11.16)$$

olar. Burada M^0 - eninə qüvvələrdən yaranan əyici moment; $S \cdot y$ – S qüvvəsinin yaratdığı əlavə əyici momentdir.

Tam y əyintisinə, eninə qüvvələrin yaratdığı y^0 və boyuna qüvvənin yaratdığı $(y - y^0)$ əyintilərinin cəmi kimi baxa bilərik (qüvvələr birlikdə təsir etdikdə).

Tam əyinti, göstərilən qüvvələrin ayrılıqda təsirindən yaranan əyintilərin cəmindən az olur. Çünki, boyuna istiqamətdə təsir edən S qüvvəsinin ayrılıqda yaratdığı əyinti sıfıra bərabərdir. Beləliklə, **eninə-boyuna əyilmədə qüvvələrin təsirinin biri-birindən asılı olmaması prinsipi pozulur.**

Mühəndis hesablamalarında eninə-boyuna əyilmə, eninə əyilmə ilə boyuna istiqamətdəki sıxılmanın cəmi kimi nəzərdə tutulur.

Sərtliyi böyük olan tirlərdə S qüvvəsinin yaratdığı əlavə S_y əyici momenti M^0 - momentinə nəzərən kiçik olur. Bu zaman y^0 əyintisi tam y əyintisindən az fərqlənir. Tir, eninə əyilməyə və mərkəzi sıxılmaya ayrılıqda hesablanır.

Sərtliyi kiçik olan tirlərdə isə boyuna S qüvvəsinin yaratdığı S_y əyici momenti və $(y - y^0)$ əyintisi böyük qiymətlər aldığından, onların hesablamalarda nəzərə alınması vacib sayılır.

Yuxarıdan aşağıya doğru (bir istiqamətdə) yönəlmiş eninə qüvvələrin və boyuna S qüvvəsinin təsiri ilə eninə-boyuna əyilməyə məruz qalan və uc nöqtələrində oynaqlarla bağlanmış tirin üzərində hesablama metodikasını araşdıraraq.

Əyici moment ifadəsini (11.16) əyilmiş oxun təxmini diferensial tənliyində (7.3) yerinə yazaq:

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = -\frac{M_0 + S_y}{EJ}$$

Sağ tərəfin mənfi götürülməsi y koordinat oxunun aşağıya doğru yönəlməsinə görədir.

$$\frac{d^2 y}{dz^2} + \frac{M_0}{EJ} = -\frac{S_y}{EJ}$$

burada

$$\frac{M^0}{EJ} = -\frac{d^2 y^0}{dz^2}$$

olduğunu qəbul etməklə

$$\frac{d^2 y}{dz^2} - \frac{d^2 y^0}{dz^2} = -\frac{S_y}{EJ}$$

və ya

$$\frac{d^2(y - y^0)}{dz^2} = -\frac{Sy}{EJ} \quad (11.17)$$

təyin edirik.

Fərz edək ki, tirin uzunluğu boyunca $(y - y^0)$ əyintisi sinusoida qanunu ilə dəyişir.

$$y - y_0 = \Delta \sin \frac{\pi}{\ell} \cdot z$$

Əyintinin $(y - y^0)$ artımının bu qanunla dəyişdiyinin qəbul olunması məsələnin həllinin kifayət qədər dəqiq alınmasına imkan verir.

(11.17) tənliyində yerinə yazaq:

$$\frac{d^2\left(\Delta \sin \frac{\pi z}{\ell}\right)}{dz^2} = -\frac{Sy}{EJ}$$

və ya

$$-\frac{\pi^2}{\ell^2} \Delta \sin \frac{\pi}{\ell} \cdot z = -\frac{Sy}{EJ}$$

$$(y - y^0) \frac{\pi^2}{\ell^2} = \frac{Sy}{EJ}$$

Buradan

$$y = \frac{y_0 \left(\frac{\pi^2}{\ell^2} \right)}{\frac{\pi^2}{\ell^2} - \frac{S}{EJ}} = \frac{y_0}{1 - \frac{S \ell^2}{\pi^2 EJ}}$$

olduğunu təyin edirik. Alınmış ifadədə $\frac{\pi^2 EJ}{\ell^2}$ həddinin, ucları oynaqla bağlanmış tirdə böhran qüvvəsi üçün Eyler düsturu ilə eyni olduğundan onu

$$P_E = \frac{\pi^2 EJ}{\ell^2} \quad (11.18)$$

kimi işarə edərək Eyler qüvvəsi adlandırırlar.

$$y = \frac{y_0}{1 - \frac{S}{P_E}} \quad (11.19)$$

Bu ifadə eninə-boyuna əyilmədə tirin ixtiyari kəsiyində yaranan əyintidir.

Böhran qüvvəsi üçün Eyler düsturu (11.4), Eyler qüvvəsindən (11.18) müəyyən qədər fərqlənir.

Eyler düsturundan milin çevikliyinin müəyyən həddində istifadə etmək olar. Eyler qüvvəsi isə çevikliyin istənilən qiymətində (11.18) ifadəsi ilə hesablanır. Böhran qüvvəsi ifadəsində (11.4), kəsiyin ətalət momentinin minimum qiyməti iştirak edir. Eyler qüvvəsində isə (11.18), düstura, eninə qüvvələrin təsir müstəvisinə perpendikulyar oxa nəzərən ətalət momenti daxildir.

(11.19) ifadəsindən göründüyü kim tam əyilmə y -lə eninə qüvvələrin yaratdığı y^0 əyintisi arasındakı fərq $\frac{S}{P_E}$ nisbətindən asılıdır.

Beləliklə, $\frac{S}{P_E}$ nisbəti tirin eninə-boyuna əyilməsində **sərtlilik kriteriyasıdır**.

Bu nisbət sıfıra yaxınlaşdıqda tir böyük sərtlilikli, vahidə yaxınlaşdıqda isə elastik hesab olunur. Qeyd etmək lazımdır ki, böyük deformasiyalar alan tirlərdə (11.19) düsturunun istifadəsi mümkünsüz olur.

Eninə-boyuna əyilmədə tirin eninə kəsiklərində yaranan normal gərginlik

$$\sigma = \frac{S}{F} \pm \frac{M}{W} = \frac{S}{F} \pm \frac{M_0}{W} \pm \frac{Sy}{W} \quad (11.20)$$

ifadəsi ilə hesablanır.

Eninə-boyuna əyilmədə tir, möhkəmliyə hesabatla yanaşı boyuna əyilməyə də yoxlanılmalıdır.

FƏSİL 12.

§68. Dinamiki qüvvələr

Konstruksiya hissələrinə statiki şəkildə təsir edən qüvvələrdən bu hissələrin hesablama qaydalarını araşdırdıq.

Son qiymətini sıfırdan başlayaraq tədriclə alan qüvvələr **statiki** qüvvələr adlanırlar. Belə qüvvələrin təsirindən hissələrdə yaranan təcilin qiyməti çox kiçik olduğundan hesablamalarda nəzərə alınmır.

Zamandan asılı olaraq qiymətini və ya istiqamətini (bəzən hər ikisini birdən) sürətlə dəyişən qüvvələr **dinamiki** qüvvələr adlanırlar. Belə qüvvələr hissələrdə rəqslər yaradır.

Rəqslər zamanı konstruksiya hissələrində yaranan gərginliyin qiyməti qüvvənin statiki şəkildə təsiri zamanı yaranan gərginliyin qiymətindən dəfələrlə çox olur.

Konstruksiya hissələrinin dinamiki yüklərə hesablanması daha mürəkkəbdir. Belə qüvvələrin təsiri zamanı daxili qüvvələrin hesablanması metodikası eyni zamanda materialın mexaniki xassələrinin təyin olunması çətin olur.

Dinamiki yüklərə görə hesablama metodikası ümumi halda **Dalamber** prinsipinə görə həyata keçirilir. Bu prinsipə görə hərəkətdə olan cismi zamanın anında müvazinətdə hesab etmək olar, lakin bu zaman ona, qiyməti kütlə ilə təcilin hasilinə bərabər və təcilin əksi istiqamətinlə yönəlmiş ətalət qüvvəsi tətbiq etmək lazımdır.

Ətalət qüvvəsinin qiyməti məlum olan hallarda kəsmə üsulundan istifadə olunur. Bu qüvvənin qiymətini hesablamaq mümkün olmayan hallarda isə enerjinin itməməsi qanunundan istifadə etmək olar.

§69. Ətalət qüvvəsinin təsiri

Ətalət qüvvəsinin hesablanması mümkün olan hallarda daxili normal qüvvə və gərginliklərin hesablanması qaydasını araşdıraraq. Bu məqsədlə bir neçə misalın həllinə baxaq.

Misal 1. Q çəkisinə malik yük a təcili ilə kanat vasitəsi ilə qaldırılır (şəkil 12.1). Kanatdakı gərginliyin qiymətini onun çəkisini nəzərə almadan təyin etməli.

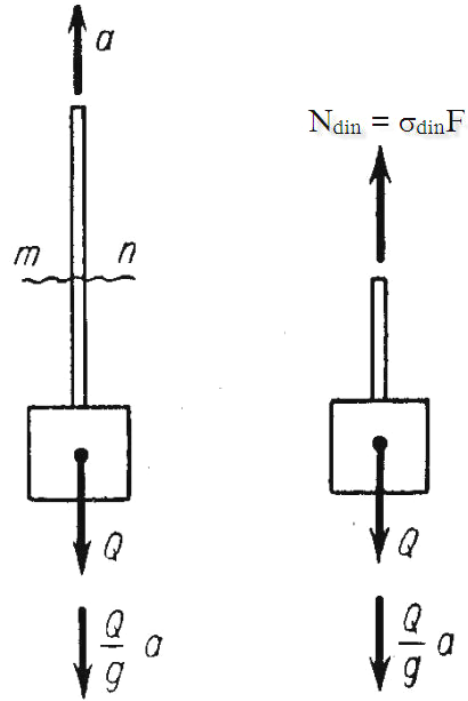
Yükə, qiyməti $ma = \frac{Q}{g} \cdot a$ olan və təcilin əksinə yönəlmiş ətalət qüvvəsi tətbiq edərək kanatın $m - n$ kəsiyindəki daxili qüvvəni kəsmə üsulundan istifadə etməklə hesablayaq:

$$\sum Z(P_i) = N_d - Q - \frac{Q}{g} \cdot a = 0$$

$N_d = \sigma_d \cdot F$ olduğunu nəzərə almaqla

$$\sigma_d = \frac{Q}{F} \left(1 + \frac{a}{g} \right) = \sigma_{st} \cdot K_d \quad (12.1)$$

təyin edirik.



Şəkil 12.1.

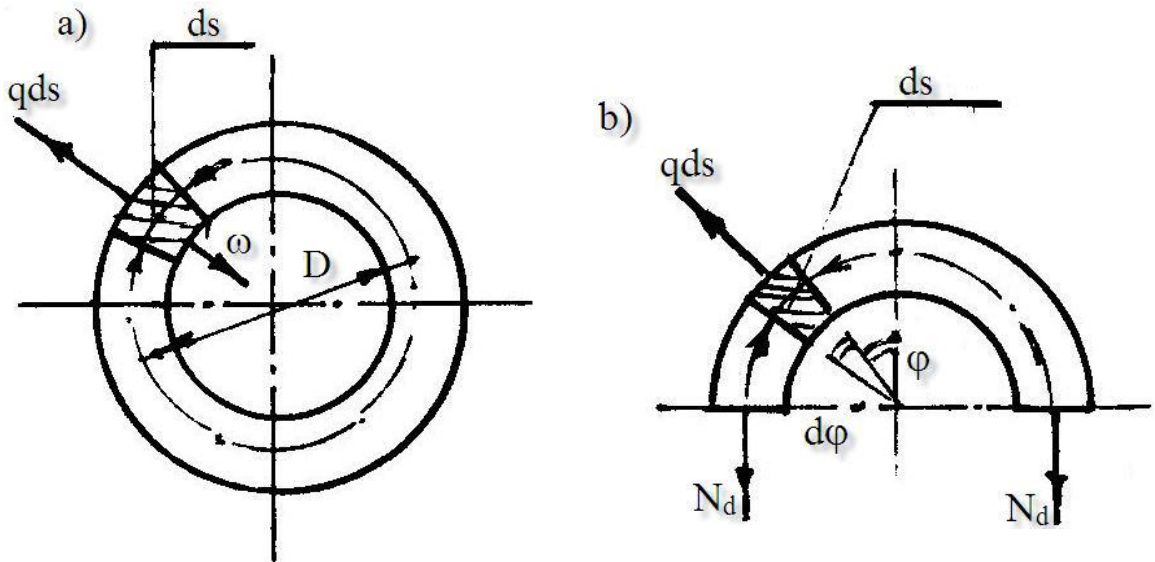
Burada: $\sigma_{st} = \frac{Q}{F}$ - qüvvənin statiki şəkildə təsirindən yaranan gərginlik; $K_d = 1 + \frac{a}{g}$ - dinamik əmsal; g – sərbəstdüşmə təcildir.

Göründüyü kimi dinamiki gərginlik, statiki gərginliklə dinamik əmsalın hasilinə bərabərdir. Belə hesablama dinamik əmsalın təcrübə vasitəsi ilə təyin olunması zamanı daha əlverişlidir.

§70. Fırlanan həlqənin hesabı

Misal 2 kimi sabit en kəsikli cəld fırlanan həlqənin eninə kəsiklərində yaranan gərginliklərin hesablanması araşdıraraq (şəkil 12.2).

Fırlanan həlqəyə dəndənələrinin təsiri nəzərə alınmayan halda nazim çarxın bandajının hesabını misal göstərmək olar.



Şəkil 12.2.

Həlqənin eninə kəsik sahəsini – F ; materialın xüsusi çəkisini - γ ; vahid zamandakı dövrlər sayını – n ; fırlanmanın bucaq sürətini - ω ; mərkəzi oxunun diametrini – D ilə işarə edək. Həlqədən ds uzunluqlu elementar hissə kəsib ayıraq. Bu hissə sabit ω bucaq sürətii ilə fırlandığından bucaq təcili $\varepsilon=0$ olur. Yəni tangensial w_t təcili yaranmır. Mərkəzdənqaçma təcili isə $w_n=\omega^2 r$ qiymətini araraq mərkəzə doğru yönəlir. Dinamik gərginliyi təyin etmək üçün həlqənin bütün ds uzunluqlu hissələrinə, xaricə yönəlmiş ətalət qüvvələrini təsir etmək lazımdır.

$$q_s = m \cdot w_n = \frac{F\gamma ds}{g} \cdot \omega^2 \cdot r = q \cdot ds$$

burada $q = \frac{F\gamma}{g} \cdot \omega^2 \cdot r$ - vahid uzunluqlu hissədə ətalət qüvvələrinin intensivliyidir.

Həlqəni dartan qüvvənin qiyməti müvazinət tənliyindən təyin olunur (şəkil 12.2 b).

$$N_d = q \cdot r$$

Onda dinamik gərginlik

$$\sigma_d = \frac{N_d}{F} = \frac{\gamma}{g} \omega^2 r^2 = \frac{\gamma v^2}{g}$$

olar. Burada $v = \omega r$ – həlqənin hissəciklərinin xətti sürətidir.

Göründüyü kimi, fırlanan həlqənin eninə kəsiklərində yaranan dinamik gərginlik materialın xüsusi çəkisindən və hissəciklərin xətti sürətindən asılıdır. Bu gərginliyi əyani təsəvvür etmək üçün aşağıdakı misalın həllinə baxaq.

Radiusu $r=2$ m olan həlqə $\gamma=7,5$ q/sm³ xüsusi çəkisi olan materialdan hazırlanmışdır. O, $n=360$ dövr/dəq dövrlər sayı ilə fırlanır.

Bucaq sürəti:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = 12\pi \text{ -dir.}$$

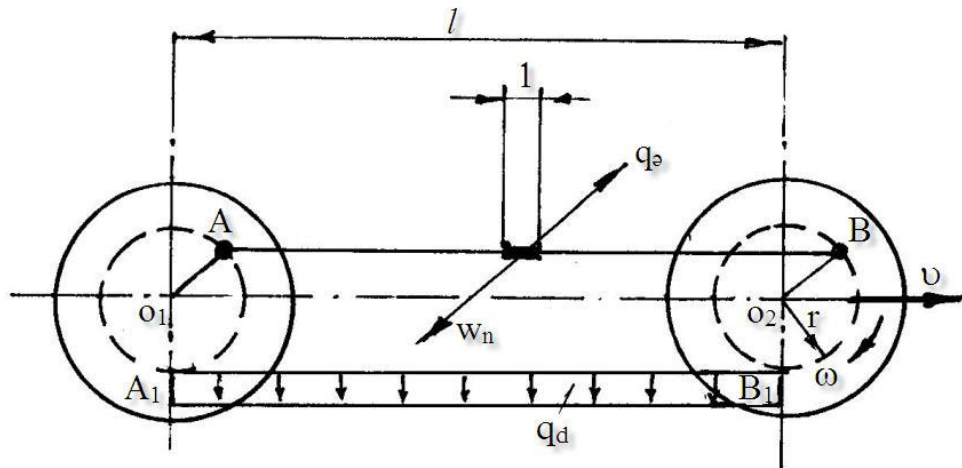
Onda dinamik gərginlik:

$$\sigma_d = \frac{\gamma \omega^2 r^2}{g} = \frac{7,5 \cdot (12\pi)^2 \cdot (200)^2}{981 \cdot 10^3} = 435 \frac{\text{kq}}{\text{sm}^2} = 43,5 \text{ MPa} \text{ olar.}$$

§71. Qoşalayıcının hesabı

Misal 3 kimi qoşalayıcının hesablanma qaydasını araşdıraq.

Paravozun iki oxunu birləşdirən AB qoşalayıcısının möhkəmliyini yoxlayaq. O, A və B nöqtələrində O_1A və O_2B oxdan bərabər məsafələrində oynaq ilə bərkidilmişdir.



Şəkil 12.3.

$$O_1A = O_2B = r; AB = \ell.$$

ℓ - qoşalayıcının uzunluğudur.

Parazov ν - sabit sürəti ilə hərəkət edir. Onda təkərin bucaq sürəti ω -da sabit olar və bucaq təcili $\varepsilon=0$ alınar. Yəni tangensial təcil- w_t yaranmaz. Mənkəzdənqaçma təcili isə $w_n=\omega^2 r$ olmaqla O_1A radiusuna paralel olaraq mərkəzə doğru yönəlir. Qoşalayıcının bütün nöqtələri bu qüvvənin təsirinə məruz qalar.

Möhkəmliyə yoxlama aparmaq üçün qoşalayıcının öz çəkisinə onun bütün uzunluğu boyu təsir edən ətalət qüvvəsini də əlavə etmək lazımdır.

Vahid uzunluqda təsir edən ətalət qüvvəsi:

$$q_a = m w_n = \frac{1 \cdot F \cdot \gamma}{g} \cdot \omega^2 \cdot r \text{ -dir.}$$

Qoşalayıcının təhlükəli vəziyyəti onun A_1B_1 vəziyyətidir. Bu vəziyyətdə onun çəkisi ilə ətalət qüvvələri eyni istiqamətə düşdüyündən toplanır.

$$q_d = q + q_a = 1 \cdot F \cdot \gamma + \frac{1 \cdot F \cdot \gamma}{g} \cdot \omega^2 \cdot r = F \gamma \left(1 + \frac{\omega^2 r}{g} \right)$$

olar. Qoşalayıcıya, iki dayaq üzərində otuzdurulmuş tir kimi baxaraq təhlükəli kəsiyində maksimum əyici momenti təyin edə bilərik.

$$M_{\max} = \frac{q_d \ell^2}{8} = \frac{F \gamma \ell^2}{8} \left(1 + \frac{\omega^2 r}{g} \right).$$

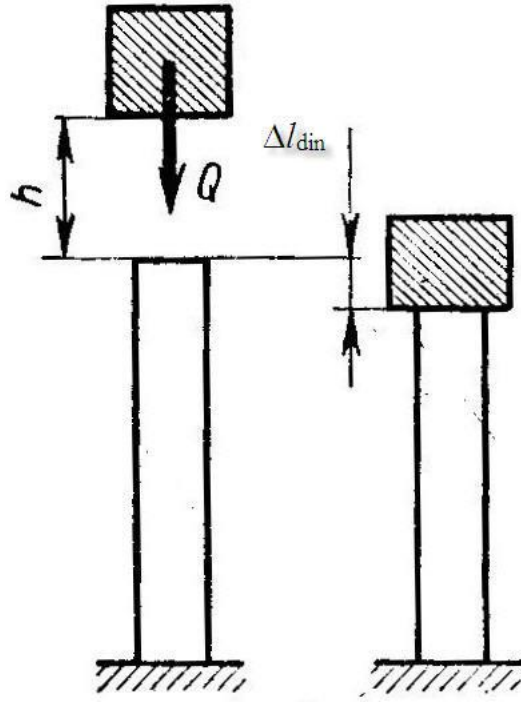
Həmin kəsikdə yaranan ən böyük dinamik gərginlik isə

$$\sigma_d^{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{F \gamma \ell^2}{8W} \left(1 + \frac{\omega^2 r}{g} \right) \quad (12.2)$$

olar.

§72. Brusun zərbəli yüklərə hesabı

Tutaq ki, Q ağırlıqlı yük h hündürlüyündən düşərək hərəkətsiz cisimlə toqquşur (şəkil 12.4).



Şəkil 12.4.

Bu hadisə zərbə adlanır. Zərdə zamanı yük müəyyən sürətə malik olur. Məlum düstura əsasən yazı bilərik:

$$v = \sqrt{2gh} .$$

Zamanın çox kiçik anında sürət sıfır bərabərləşir. Onun dəyişməsi böyük təcil yaradır ki, o da öz növbəsində böyük ətalət qüvvəsinin yaranmasına səbəb olur.

Sürətin dəyişməsinə, eləcə də ətalət qüvvəsinin qiymətini təyin etmək çox çətin olduğundan **enerjinin saxlanması** qanunundan aşağıdakı fərziyyələr əsasında istifadə olunur.

1. Zərbə zamanı gərginliyin qiyməti mütənasiblik həddini aşmır. Yəni Huk qanunu öz qüvvəsini saxlayır.
2. Zərbədən sonra zərbə alan və zərbə vuran cisimlər biri-birindən ayrılır.
3. Zərbə alan cismin kütləsi zərbə vuranına nisbətən kiçik olduğundan hesablamalarda nəzərə alınmır.
4. Zərbə alan və zərbə vuran cisimlərdə istiliyə və rəqsə sərf olunan enerji itkisi nəzərdən atılır.

Enerjinin itməməsi qanununa görə, düşən yükün gördüyü işi milin deformasiyasının potensial enerjisinə bərabərləşdiririk.

$$A = U$$

$$A = Q(h + \Delta \ell_d); \quad U = \frac{N_d^2 \ell}{2EF} = \frac{\Delta \ell_d^2 \cdot EF}{2\ell}$$

olduğunu bilərk yazı bilərik:

$$Q(h + \Delta \ell_d) = \frac{\Delta \ell_d^2 \cdot EF}{2\ell}.$$

$$\Delta \ell_d^2 EF - 2Q\ell \cdot \Delta \ell_d - 2Q\ell h = 0$$

və ya

$$\Delta \ell_d^2 - 2\frac{Q\ell}{EF} \cdot \Delta \ell_d - 2\frac{Q\ell}{EF} \cdot h = 0.$$

alırıq. $\Delta \ell_{st} = \frac{Q\ell}{EF}$ - qüvvənin statiki təsirindən yaranan qısalma olduğunu nəzərə almaqla

$$\Delta \ell_d^2 - 2\Delta \ell_{st} \cdot \Delta \ell_d - 2h\Delta \ell_{st} = 0$$

kvadrat tənliyini alırıq. Bu tənliyin kökləri isə

$$\Delta \ell_d = \Delta \ell_{st} \pm \sqrt{\Delta \ell_{st}^2 + 2h\Delta \ell_{st}}$$

kimi hesablanır. Radikalın qarşısındakı «minus» işarəsi məsələnin şərtinə ziddir. Onda yazı bilərik:

$$\Delta \ell_d = \Delta \ell_{st} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta \ell_{st}}} \right) = \Delta \ell_{st} \cdot k_d \quad (12.3)$$

Burada $k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta \ell_{st}}}$ - dinamik əmsəldir.

Alınmış (12.3) ifadəsini ℓ uzunluğuna bölərək E moduluna vurmaqla

$$\sigma_d = \sigma_{st} \cdot k_d$$

təyin edirik. Göründüyü kimi zərbə alan elementdə yaranan dinamik gərginlik və yerdəyişmə, ona təsir edən statiki yükün yaratdığı deformasiyadan asılıdır. Bu deformasiya çox olduqda dinamik əmsal azaldığından gərginlik də kiçik alınır. Ona görə də zərbə zamanı rezin araqaatlarından, yaylardan və s. istifadə olunur.

Xüsusi hallar

1) Fərz edək ki, $h=0$ -dır. Yük qəflətən təsir edir. Onda

$$\Delta \ell_d = 2\Delta \ell_{st}$$

$$\sigma_d = 2\sigma_{st}$$

olar. Dinamik gərginlik və yerdəyişmə, qüvvənin statiki şəkildə təsirindən yaranan gərginlik və yerdəyişmədən iki dəfə çoxdur.

2) Fərz edək ki, $h \gg \Delta \ell_{st}$ -dir. Onda dinamik əmsal

$$k_d \approx \sqrt{\frac{2h}{\Delta \ell_{st}}}$$

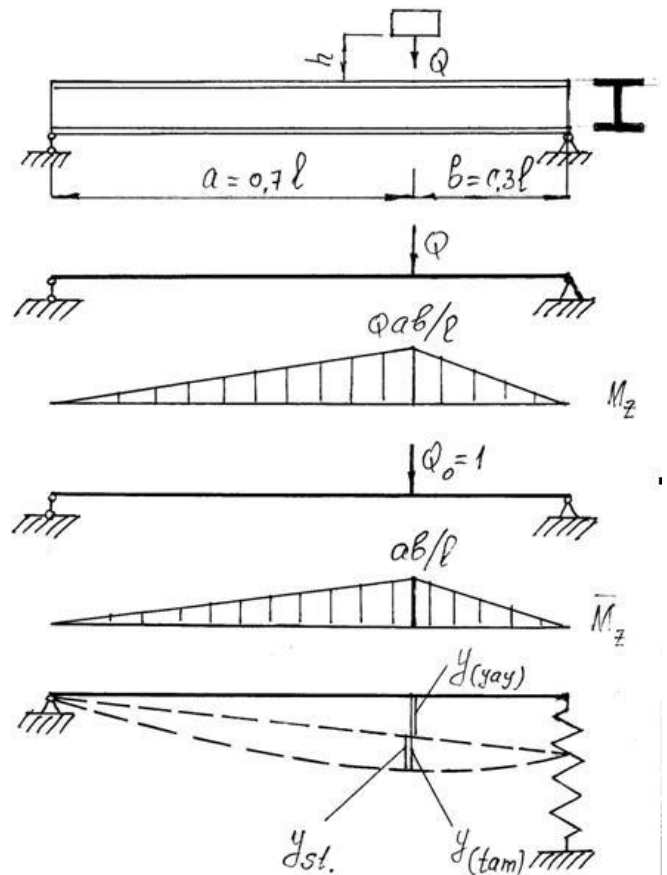
ifadəsi ilə hesablanır.

Misal 3. Sxemdə göstəriləyi kimi (şəkil 12.5) 18a №-li ikitavrli en kəsiyə malik tirin üzərinə $h=6$ sm hündürlükdən $Q=4,6$ kN ağırlıqlı yük düşür. Onun təhlükəli kəsiyində yaranan dinamik gərginliyi hesablamalı.

Verilir: $Q=4,6$ kN; $\ell=2,7$ m; $h=6$ sm; $\lambda=500$ kN/m; ikitavr – 18a ($J_x=1430$ sm⁴; $W_x=159$ sm³).

Həlli:

Yükün düşdüyü kəsikdə bu yükün statiki şəkildə təsirindən yaranan yerdəyişməni Vereşşagin üsulu ilə hesablayaq:



Şəkil 12.5.

$$y_{st} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} a \cdot Q \frac{ab}{\ell} \cdot \frac{2}{3} \frac{ab}{\ell} + \frac{1}{2} b \cdot Q \frac{ab}{\ell} \cdot \frac{2}{3} \frac{ab}{\ell} \right) = \frac{Qa^2b^2}{3\ell EJ} =$$

$$= \frac{4,6 \cdot 0,7^2 \cdot 0,3^2 \cdot 2,7^4}{3 \cdot 2,7 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 1430 \cdot 10^{-8}} = 0,0465 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

Dinamik əmsalı təyin edək.

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,06}{0,0465 \cdot 10^{-2}}} = 17,09$$

Qüvvənin statiki şəkildə təsirindən təhlükəli kəsikdə yaranan gərginlik

$$\sigma_{st} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{Qab}{\ell \cdot W_x} = \frac{4,6 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot 2,7^2}{2,7 \cdot 159 \cdot 10^{-6}} = 16,4 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_{st} = 16,4 \text{ MPa}$$

olar. Onda dinamik gərginliyin

$$\sigma_d = \sigma_{st} \cdot k_d = 16,4 \cdot 17,09 = 280,3 \text{ MPa}$$

olduğunu təyin edirik.

Dinamiki gərginliyin qiymətini azaltmaq üçün tirin sağ dayağını sərtliyi λ olan yayla əvəz edək (şəkil 12.5).

Qüvvənin statiki şəkildə təsirindən yay

$$c = \frac{R_B}{\lambda} = \frac{Qa}{\lambda \ell}$$

qədər oturur. Bu oturmada qüvvənin təsir etdiyi kəsikdəki yerdəyişmə

$$\frac{y_{(yay)}}{c} = \frac{a}{\ell} \Rightarrow y_{(yay)} = \frac{a}{\ell} c = \frac{Q}{\lambda} \frac{a^2}{\ell^2} =$$

$$= \frac{4,6 \cdot 0,7^2}{500} = 0,4508 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \text{olar.}$$

Onda həmin kəsikdəki tam yerdəyişmə

$$y_{(tam)} = y_{st} + y_{(yay)} = 0,0465 \cdot 10^{-2} + 0,4508 \cdot 10^{-2} = 0,497 \cdot 10^{-2} \text{ m-ə}$$

bərabər olar.

Dinamik əmsalı hesablayaq:

$$k_d^{(yay)} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_{(tam)}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,06}{0,497 \cdot 10^{-2}}} = 6,0$$

Təhlükəli kəsikdə yaranan dinamik gərginlik:

$$\sigma_d^{(yay)} = \sigma_{st} \cdot k_d^{(yay)} = 16,4 \cdot 6 = 98,4 \text{ MPa}.$$

Deməli, tirin sağ dayağını, sərtliyi λ olan yayla əvəz etdikdə təhlükəli kəsikdə yaranan dinamik gərginlik

$$n = \frac{\sigma_d}{\sigma_d^{(yay)}} = \frac{280,3}{98,4} = 2,85$$

dəfə azalar.

§73. Gərginliklərin konsentrasiyası.

Yerli gərginliklər

Əvvəlki mövzularda: dartılma və ya sıxılma, burulma və əyilmə deformasiyalarında hissələrin kəsiklərində yaranan gərginliklərin hesablanması düsturlarını öyrənmişik. Amma, bu düsturlar ölçülərin kəskin dəyişdiyi yerlərdə: kəsiklərdə, dəliklərdə və s. düzgün nəticələr vermir.

Ölçülərin kəskin dəyişdiyi yerlərdə: dəşiklərdə, topa qüvvə təsir edən kəsiklərdə və s. yaranan gərginliklər- gərginliklərin konsentrasiyası adlanır. Onlar **elastiklik nəzəriyyəsi** düsturları ilə təyin olunurlar. Belə gərginliklər adətən çox kiçik məsafələrdə yaranırlar. Ona görə də onlara bəzən **yerli** gərginliklər də deyirlər.

Yerli gərginliklərin əsas göstəricisi kimi gərginliklərin konsentrasiyasının nəzəri əmsalı götürülür.

Gərginliyin konsentrasiya əmsalı

$$(k_n)_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}}; \quad (k_n)_\tau = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\text{nom}}} \quad (12.5)$$

kimi hesablanır.

Burada: $(k_n)_\sigma$ və $(k_n)_\tau$ – normal və toxunan gərginliyə görə nəzəri konsentrasiya əmsalı; $\sigma_{\max}$ və $\tau_{\max}$ – konsentrasiya effekti nəzərə alınmaqla maksimal normal və toxunan gərginlik; σ_{nom} və τ_{nom} – konsentrasiya effekti nəzərə alınmadan, materiallar müqaviməti düsturları ilə təyin olunan nominal normal və toxunan gərginliklərdir.

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{N}{F} - \text{dartılma və ya sıxılma};$$

$$\tau_{\text{nom}} = \frac{M_{\text{br}}}{W_\rho} - \text{burulma},$$

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{M_{\text{яй}}}{W_x} - \text{əyilmə}$$

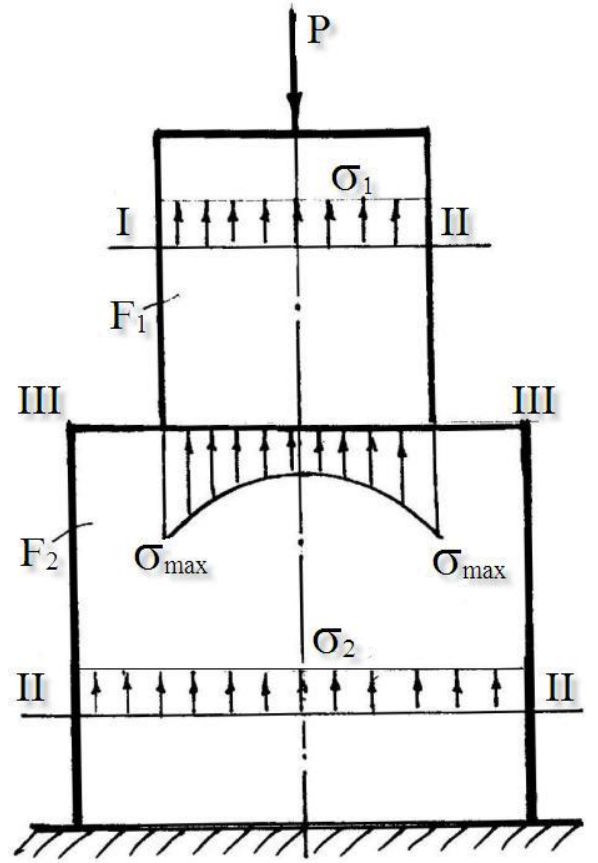
Sxemdə göstərilmiş (şəkil 12.6) ölçüsü kəskin dəyişən pilləvari brus sıxılma deformasiyasına məruz qalır. Ölçünün kəskin dəyişdiyi kəsikdən uzaqdakı kəsiklərdə (I – I, II – II) gərginliklər sabit olmaqla $\sigma_1 = \frac{P}{F_1}$; $\sigma_2 = \frac{P}{F_2}$ ifadələri ilə təyin olunurlar.

Konsentrasiyalı kəsikdə isə

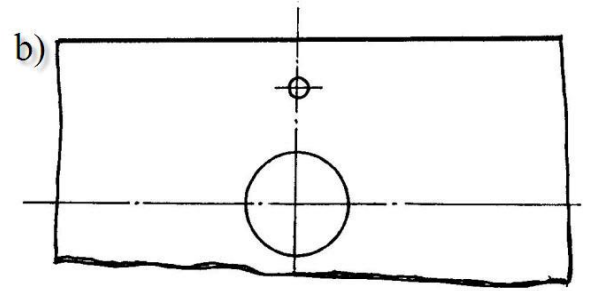
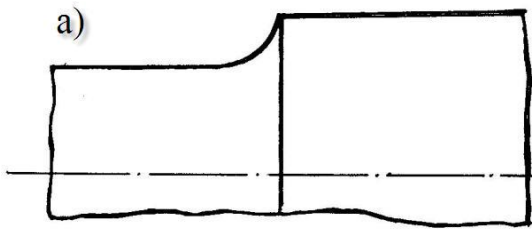
$$\sigma_{\max} = k_n \cdot \sigma \quad (12.6)$$

ifadəsi ilə hesablanır.

Konsentrasiyanın nəzəri əmsalı F_1 və F_2 sahələrinin nisbətindən asılı olaraq sorğu kitablarında verilir.



Şəkil 12.6.



Şəkil 12.7.

Hissələrdə yaranan gərginliklərin konsentrasiyasını azaltmaq üçün müəyyən tədbirlər görülür. Ölçülərin kəskin dəyişdiyi yerlərdə müəyyən radiuslarla qaltellər verilir (şəkil 12.7 a). En kəsiyi zəiflətmədən deşiklərin yanında əlavə kiçik deşiklər açılır (şəkil 12.7 b).

§74. Kontakt gərginlikləri

İki cismin biri-birinin səthinə sıxılmasından onların görüşmə sahələrində yaranan gərginliklər **kontakt gərginlikləri** adlanır.

Görüşmə sahələrində təzyiqin ötürülməsi çox kiçik sahələrdə baş verir. Bu sahələrdə material sərbəst deformasiya oluna bilmədiyindən o, həcmi gərginlikli vəziyyətdə hesab olunur.

Hesablamalar göstərir ki, kontakt gərginlikləri yerli xarakter daşıyır. Yəni görüşmə sahəsindən uzaqlaşdıqca o, tez sönür, təsiri itir. Buna baxmayaraq görüşmə sahələrində gərginlik və deformasiyaların hesablanması qaydalarının öyrənilməsinin (silindrik yastıqların, dişli çarxların, yumruqlu mexanizmlərin və s. elementlərinin hesablanması) böyük əhəmiyyəti vardır.

Biri-birinin üzərinə sıxılan elementlərin dəqiq həllini ilk dəfə **Herts** vermişdir.

Elastiklik nəzəriyyəsinin üsulları ilə kontakt məsələlərinin həlli aşağıdakı fərziyyələr əsasında əldə olunur.

1. Kontakt sahələrində qüvvə təsirindən Huk qanununa tabe olan elastik deformasiya yaranır.
2. Kontakt sahəsi görüşən cisimlərin səthlərinin sahələrinin hər birindən çox kiçikdir.
3. Kontakt təzyiqləri, kontakt səthinə normal istiqamətdə yönəlir.

§75. Kürələrin sıxılması

Radiusları R_1 və R_2 , materiallarının elastiklik modulu E_1 və E_2 olan iki kürə biri-birinə P qüvvəsi ilə sıxılır (şəkil 12.8).

Görüşmə sahəsinin radiusu
$$a = 0,88_3 \sqrt{P \frac{1/E_1 + 1/E_2}{1/R_1 + 1/R_2}} \quad (12.7)$$

ifadəsi ilə təyin olunur. Bu sahədə gərginliklər bərabər paylanmır. Ən böyük gərginlik mərkəzdə yaranır və orta gərginlikdən 1,5 dəfə çox olur.

$$\sigma_3 = -\sigma_{\max} = -1,5 \cdot \frac{P}{\pi a^2} = -0,3883 \sqrt{4P \frac{E_1^2 E_2^2}{(E_1 + E_2)^2} \cdot \frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1^2 R_2^2}} \quad (12.8)$$

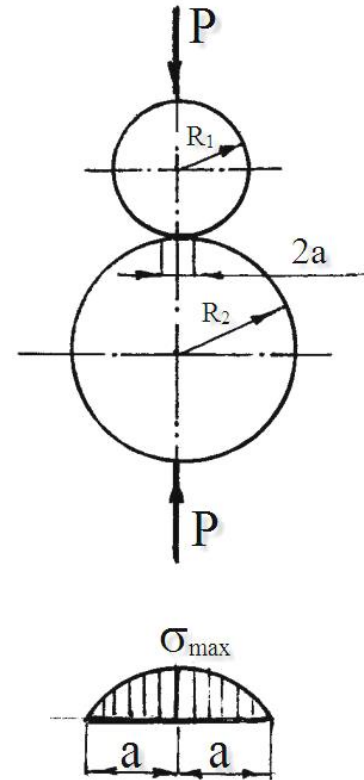
Qalan iki gərginlik isə

$$\sigma_1 = \sigma_2 \approx -0,8 |\sigma_{\max}| \quad (12.9)$$

kimi qəbul olunur.

Göründüyü kimi, görüşmə sahəsinin mərkəzində material təxminən bərabər sıxılmaya məruz qalır.

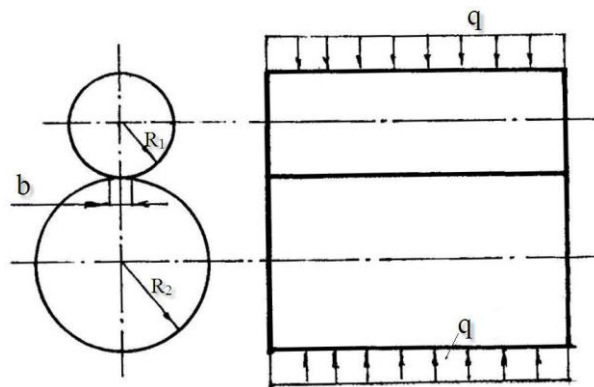
Kürələr biri-birinin içərisində olarsa (12.8) ifadəsində R_2 radiusu mənfi, R_1 radiuslu kürə müstəvi səthə P qüvvəsi ilə sıxılırsa $R_2 = \infty$ qəbul olunmalıdır.



Şəkil 12.8.

§76. Silindrlərin sıxılması

Radiusları R_1 və R_2 , materiallarının elastiklik modulu E_1 və E_2 , uzunluqları ℓ olan iki silindr biri-birinə q intensivlikli qüvvə ilə sıxılır.



Şəkil 12.9.

Görüşmə sahəsi düzbucaqlı şəklində alınır. Onun eni

$$b = 2,15 \sqrt{q \frac{1/E_1 + 1/E_2}{1/R_1 + 1/R_2}} \quad (12.10)$$

ifadəsi ilə təyin olunur.

Düzbucaqlının ortasında yaranan gərginlik

$$\sigma_{\max} = 1,27 \frac{q}{b} \quad (12.11)$$

və ya

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{2q \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} \quad (12.12)$$

olar. Qorxulu gərginlik $0,4b$ dərinliyində alınar. Bu gərginliklər

$\sigma_1 = -0,180\sigma_{\max}$; $\sigma_2 = -0,288\sigma_{\max}$; $\sigma_3 = -0,780\sigma_{\max}$ olar.

Əgər silindrlər biri-birinin içərisində olarsa R_2 radiusu mənfi, R_1 radiuslu silindr müstəvi səthə sıxılırsa $R_2 = \infty$ qəbul olunur.

FƏSİL 13.

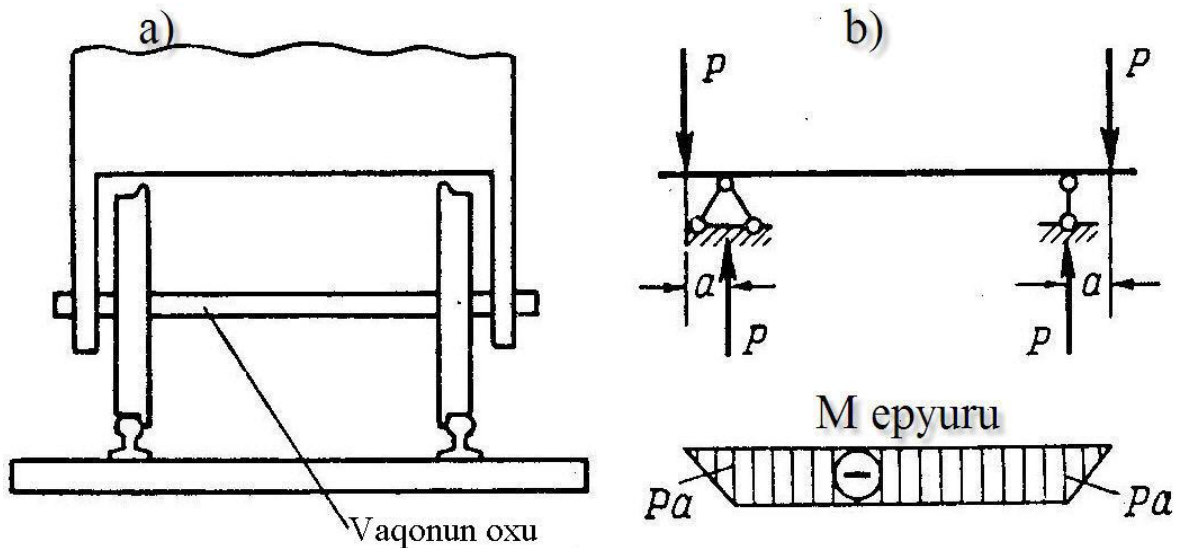
DƏYİŞƏN GƏRGİNLİKLƏR

§77. Dövri dəyişən gərginliklər. Yorulma

Qiymətini və istiqamətini dəyişən qüvvələr konstruksiya hissələrində zamandan asılı olaraq dəyişən gərginliklər yaradırlar. Eyni zamanda baxılan hissəyə görə yerini dəyişən qüvvələr də dəyişən gərginliklər yaradır. Məsələn, öz çəkisindən əyilən vaqonun oxunun eninə kəsiyinin üst qatında dartıcı, alt qatında isə sıxıcı normal gərginliklər yaranır (şəkil 13.1). Hərəkət zamanı ox fırlanır, kəsiyin nöqtələri həm dartılan, həm də sıxılan zonalarda olmaqla mütəmadi olaraq dəyişən gərginliyin təsirinə məruz qalır. Belə gərginliklər müxtəlif maşınların vallarında, ferma hissələrində və s. yaranır.

Zamandan asılı olaraq dəyişən gərginlikləri- absisdə zamanı, ordinat oxunda isə gərginliyi qeyd etməklə qrafik şəkildə də göstərmək olar. Adətən, dəyişən gərginliyin sinusoida qanunu ilə dəyişdiyini qəbul edirlər.

Çoxsaylı təcrübələr materialın möhkəmliyinin əyrinin formasından deyil, gərginliyin ən böyük və ən kiçik qiymətlərindən asılı olduğunu göstərir.



Şəkil 13.1.

Bir period ərzində dəyişən gərginliyin qiymətləri çoxluğu **dövr** adlanır.

Cəbri mənada, dövrün ən böyük gərginliyi maksimum gərginlik adlanmaqla $\sigma_{\max}$, ən kiçiyi isə minimum gərginlik adlanmaqla $\sigma_{\min}$ kimi işarə olunur.

Maksimum və minimum gərginliklərin cəminin yarısı **orta** gərginlikdir.

$$\sigma_m = \frac{1}{2} (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}). \quad (13.1)$$

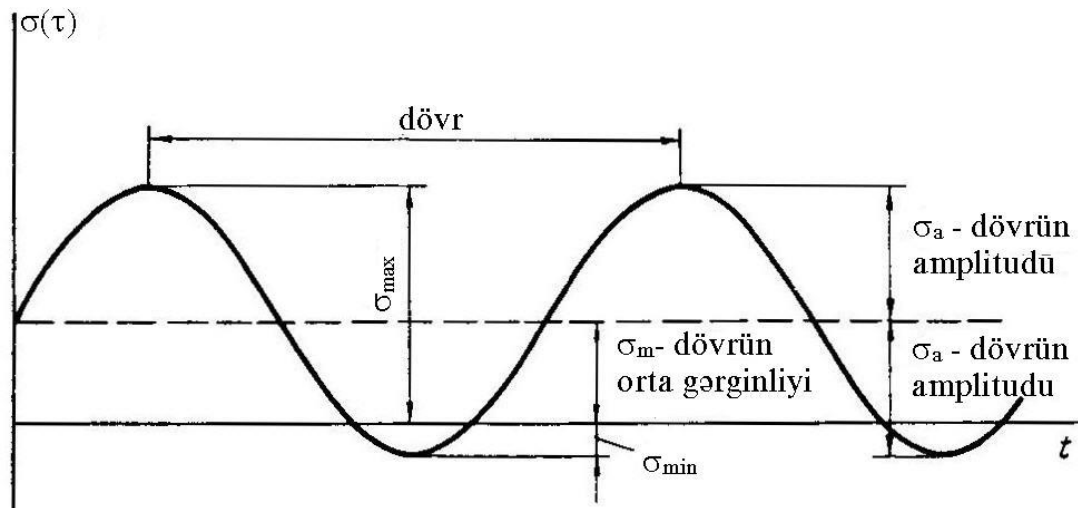
Orta gərginlik dövrün statiki parametridir.

Maksimum və minimum gərginliklərin fərqlərinin yarısı dövrün **amplitud** gərginliyidir.

$$\sigma_a = \frac{1}{2} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}). \quad (13.2)$$

Amplitud gərginliyi dövrün dəyişən parametridir.

Orta gərginlik müsbət və mənfi işarəli ola bilər. Amplitud gərginliyi isə həmişə müsbətdir.



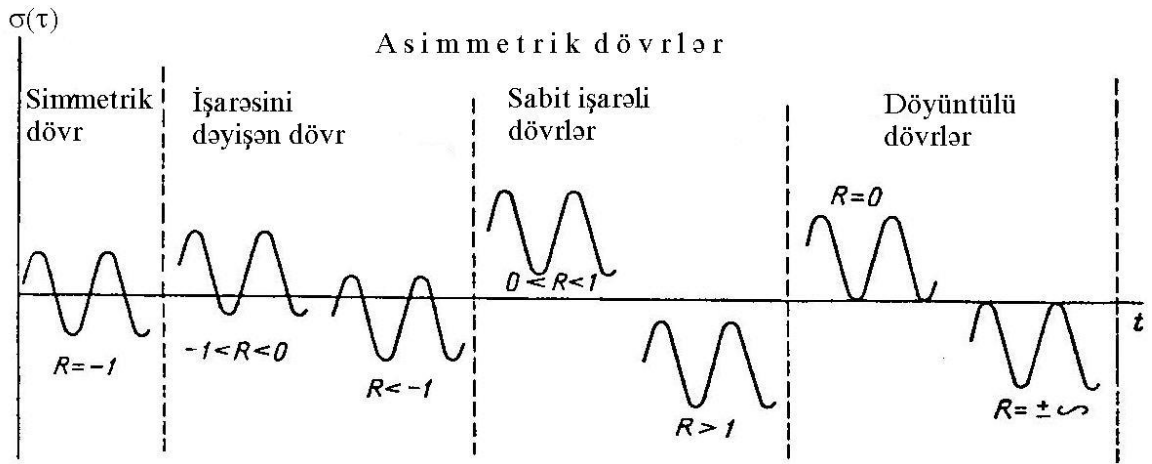
Şəkil 13.2.

Maksimum və minimum gərginlikləri

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \sigma_m + \sigma_a \\ \sigma_{\min} &= \sigma_m - \sigma_a \end{aligned} \quad (13.3)$$

kimi də təyin etmək olar.

Maksimum və minimum gərginlikləri mütləq qiymətcə biri-birinə bərabər olmayan dövrlər **asimmetrik** dövrlər adlanırlar. Bu dövrlər sabit işarəli və dəyişən işarəli ola bilərlər.



Şəkil 13.3.

Xüsusi halda maksimum və ya minimum gərginliklərdən biri sıfıra bərabər olarsa, dövr döyüntülü dövr adlanır.

Maksimum və minimum gərginliklərin nisbəti **asimmetriya əmsalı** adlanır.

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (13.4)$$

Simmetrik dövrlər üçün $R = -1$ olur.

Asimmetriya əmsalı bərabər olan dövrlər oxşar dövrlər adlanır.

$\sigma_{\max}$, $\sigma_{\min}$, σ_a , σ_m , R göstəriciləri dövrün parametrləridir. Onlardan istənilən ikisi məlum olduqda (13.1)÷(13.4) ifadələri ilə qalan üçün təyin etmək mümkündür.

Çoxsaylı təcrübələr göstərir ki, dəyişən gərginliklərin təsirinə məruz qalan materiallarda maksimum və minimum gərginliklərin birdəfəli yükləməyə nisbətən daha kiçik qiymətlərində dağılma baş verir. Bu, materialda bircinsliliyin olmaması, kiçik mikroçatların olması və s. faktorlardan asılı olur. Birdəfəli yükləmədə bu faktorlar dağılmaya səbəb olmur. Mütəmadi olaraq dəyişən gərginliklərin təsirindən isə hissələrin zəif nöqtələrində mikroskopik çatlar yaranır. Yaranan çatlardakı gərginliklərin konsentrasiyası onların böyüməsinə və hissənin qəflətən (kövrək material kimi) dağılmasına səbəb olur.

Mütəmadi olaraq dəyişən gərginliklərin təsirinə məruz qalan elementlərdə çatların yaranması ilə materialın dağılması **yorulma** adlanır.

Yorulmadan dağılma zamanı sınımış səth iki hissədən ibarət olur. Dəyişən gərginliyin təsirindən çatın səthləri biri-birini sürterek cilalayır, qalan səth isə dənəvər olur.

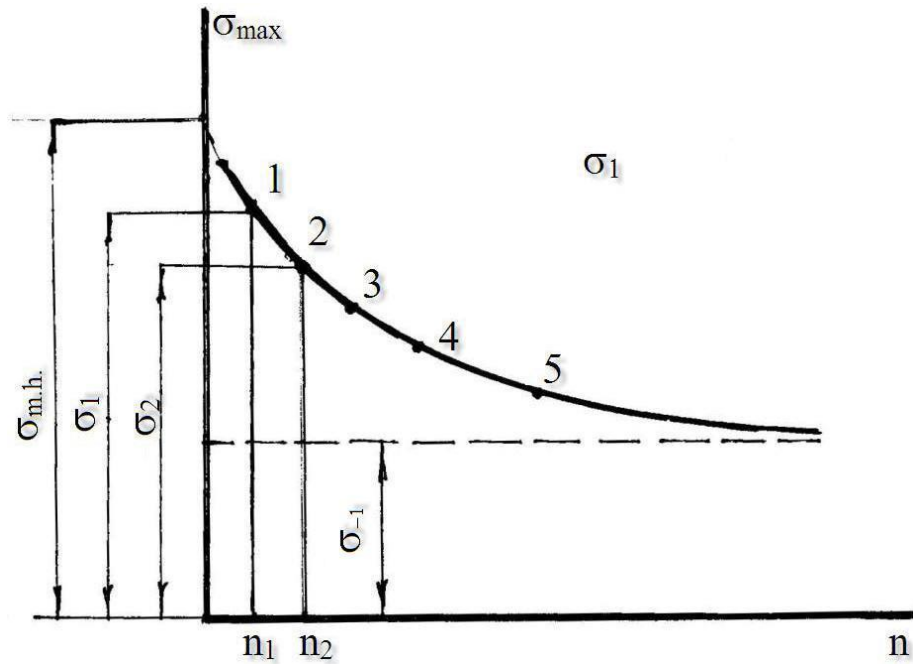
§78. Düzümlülük həddi

Materialın dəyişən gərginliyin təsirinə məruz qalmaqla dağılmadan (qırılmadan) işləyə bilmək qabiliyyəti **düzümlülük** adlanır.

Dəyişən gərginliyə işləyən elementlərin möhkəmliyə yoxlanması isə həm də düzümlülüyə hesablama kimi qəbul olunur.

Dəyişən gərginliyə işləyən materialın düzümlülüyə yoxlanması üçün onun mexaniki xarakteristikalarını öyrənmək lazımdır. Buna görə yorulmaya xüsusi təcrübə aparmaq lazım gəlir. Sayı 10 ədəddən az olmamaqla eyni materialdan eyni ölçülü nümunələr hazırlanır. Ən geniş yayılmış təcrübə növü materialın əyilmədə simmetrik dövrə yoxlanmasıdır. Xüsusi maşın vasitəsi ilə birinci nümunə materialın möhkəmlik həddinə yaxın gərginliklə $\sigma_{\max}=\sigma_1$; $\sigma_{\min}=-\sigma_1$ yüklənir. Çox kiçik dövrlər sayından (n_1) sonra nümunə qırılır. Alınmış nəticə $\sigma_{\max}-n$ qrafikində 1 nöqtəsi kimi qeyd olunur (şəkil 12.4). İkinci nümunə birincidən kiçik $\sigma_{\max}=\sigma_2$; $\sigma_{\min}=-\sigma_2$ gərginliyi ilə yüklənir və n_2 dövrdən sonra qırılır. Nəticə qrafikdə 2 nöqtəsi kimi qeyd olunur. Sonrakı nümunələr ardıcıl olaraq təcrübədən keçiriləcək 3, 4, 5, ... nöqtələri də qrafikdə qeyd olunur. Alınmış nöqtələri birləşdirməklə yorulma (düzümlülük) əyrisi alınır. Bu əyri Vöyeler əyrisi də adlanır. Burada $R=-1$ -dir. Asimmetriya əmsalının digər qiymətləri üçün də bu əyrini qurmaq olar.

Düzümlülük əyrisindən görünür ki, dövrlərin sayı artdıqca materialın dağılmasına səbəb olan maksimum gərginliyin qiyməti azalır. Az və orta karbonlu, eyni zamanda bəzi ligerləşdirilmiş poladlar üçün qurulmuş əyrilər asimptota malik olurlar. Asimptotun gərginliyi düzümlülük həddi olmaqla σ_R -lə işarə olunur. Simmetrik dövrlər üçün σ_{-1} ; döyüntülü dövrdər üçün σ_0 və s. kimi göstərilir.



Şəkil 13.4.

Polad və çuqun materialları üçün baza dövrə sayı 10^7 dövr qəbul olunur.

Simmetrik dövrlərdə dözümlülük həddi möhkəmlik həddindən kiçik ($\sigma_{-1} \approx 0,43 \cdot \sigma_{m.h.}$) qəbul olunur.

§79. Həddi gərginliklər diaqramı

Asimmetrik dövrün təsiri zamanı dözümlülük həddini təyin etmək üçün müxtəlif diaqramlar qurulur. Onlardan ən geniş yayılmışları:

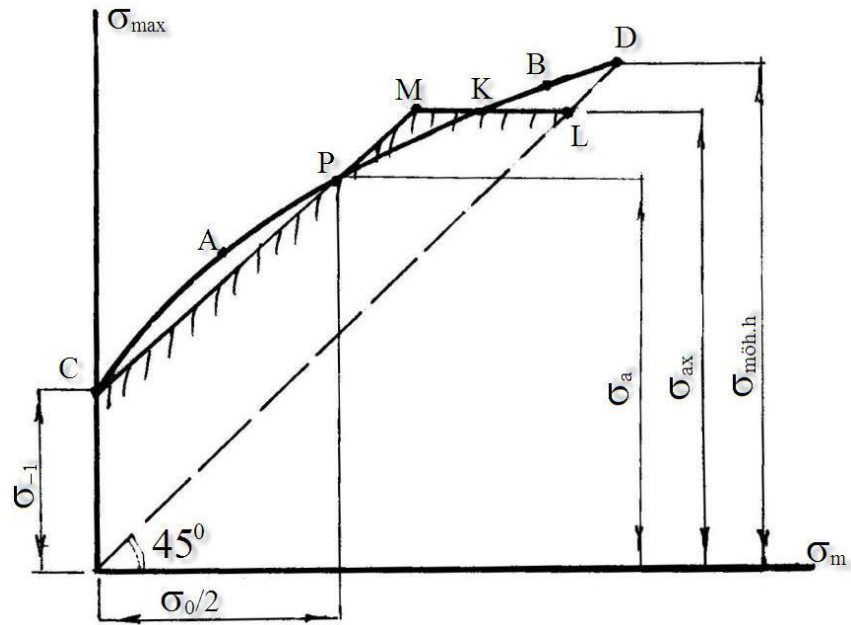
1) $\sigma_{max} - \sigma_m$ koordinatlarında qurulan həddi gərginliklər diaqramı (Smit diaqramı);

2) $\sigma_a - \sigma_m$ koordinatlarında qurulan həddi amplitud diaqramı (Xey diaqramı)-dır

Eyni yanaşma aparıldıqda hər iki diaqramın nəticələri də eyni olur.

Həddi gərginliklər diaqramının qurulma qaydasını aydınlaşdıraraq (şəkil 13.5):

Şaquli oxda, dövrün dözümlülük həddinə uyğun gələn həddi, üfüqi oxda isə orta gərginliyi qeyd edirlər.



Şəkil 13.5.

Əvvəlcə simmetrik dövrün dözümlülük həddinə (σ_{-1}) uyğun gələn C nöqtəsini $\sigma_{\max}$ oxu üzərində qeyd edək. Məlumdur ki, simmetrik dövrdə $\sigma_m=0$ -dır. Sonra hər hansı asimmetrik dövrün dözümlülük həddini təcrübə yolu ilə təyin edərək diaqramda qeyd edirik. Məsələn, döyüntülü dövr üçün (σ_0) dözümlülük həddi diaqramda P nöqtəsi kimi qeyd olunur. Məlumdur ki, döyüntülü dövrdə maksimal gərginlik orta gərginlikdən iki dəfə böyük olur.

Bir çox materiallar üçün σ_{-1} və σ_0 gərginlikləri təyin olunaraq sorğu kitablarında verilir.

Analoji olaraq təcrübə yolu ilə digər parametrli asimmetrik dövrlər üçün dözümlülük hədləri təyin olunaraq A, B, ... nöqtələri kimi diaqramda qeyd olunur. Həm diaqram, həm də bessektisa üzərindəki D nöqtəsi gərginliyin həddi qiymətini, eyni zamanda qüvvənin sabit qiymətində birdəfəli yükləmə zamanı möhkəmlik həddini ifadə edir. Bu nöqtə üçün $\sigma_{\max}=\sigma_m$ -dir.

Plastik materiallar üçün axma həddindəki gərginlik təhlükəli gərginlik hesab olunduğundan, diaqramda bu qiymətə uyğun KL üfiqi xətti çəkilir. Beləliklə, həddi gərginliklər diaqramı CAPKL xətti şəklində alınır. Serenson və Kinosaşvili tərəfindən bu diaqramın iki CM və ML düz xətləri ilə sxemləşdirilməsi təklif

olunmuşdur. CM xətti P nöqtəsindən keçir (şəkil 13.5). Diaqramın belə vəziyyətində CM xətti daxilində dövrün dözümlülük həddi

$$\sigma_{\max} = \sigma_{-1} + \frac{\sigma_0 - \sigma_{-1}}{\sigma_0/2} \quad \sigma_m = \sigma_{-1} + (1 - \psi_\sigma) \sigma_m \quad (13.5)$$

amplitud gərginliyi isə

$$\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_m = \sigma_{-1} - \psi_\sigma \cdot \sigma_m \quad (13.6)$$

ifadələri ilə hesablanır.

Burada $\psi = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}$ olmaqla materialın həssaslıq əmsalıdır. Bu əmsal

materialdan asılı olaraq sorğu kitablarında verilir.

§80. Dözümlülük həddinə təsir edən amillər

Təcrübələr göstərir ki, dözümlülük həddinə bəzi faktorlar əsaslı şəkildə təsir edirlər.

1) Gərginliklərin konsentrasiyasının təsiri. Hissələrin formasının kəskin dəyişməsi (deşik, kəsik, ölçü dəyişməsi və s.) həmin hissənin dözümlülük həddini əsaslı şəkildə azaldır. Bu azalma gərginliyin təcrübə ilə təyin olunan effektiv konsentrasiya əmsalı vasitəsilə hesablanır:

$$k_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}} \quad (13.7)$$

σ_{-1} – konsentrasiya effekti olmayan hissənin dözümlülük həddi; σ_{-1k} – konsentrasiya effekti nəzərə alınmaqla hissənin dözümlülük həddidir.

2) həqiqi ölçülərin təsiri.

Təcrübələr göstərir ki, hissənin həqiqi ölçüləri böyüdükcə dözümlülük həddi azalır. d ölçülü hissənin dözümlülük həddinin həmin formalı kiçik ölçülü ($d_0=6\div 12$ mm) laboratoriya nümunəsinin dözümlülük həddinə nisbəti miqyas əmsalı adlanır.

$$\varepsilon = \frac{(\sigma_{-1})_d}{(\sigma_{-1k})_{d_0}} \quad (13.8)$$

3) Səthin təmizliyi faktorunun təsiri.

Təcrübələr göstərir ki, hissənin səthi pis emal olunduqca dözümlülük həddi azalır.

$$\beta = \frac{(\sigma_{-1})_{\text{ср.тщ.}}}{\sigma_{-1}} \quad (13.9)$$

§81. Dəyişən gərginliyə görə möhkəmliyin yoxlanması

Dəyişən gərginliyə görə materialın möhkəmliyini yoxlamaq üçün ehtiyat əmsalının qiymətini hesablamaq lazımdır.

Əvvəlki mövzuda saydığımız dözümlülük həddinə təsir edən faktorların birgə təsiri nəzərə alındıqda, hesablanmış konstruksiya hissəsinin dözümlülük həddinin laboratoriya nümunəsinə nəzərən az olduğu məlum olur.

$$(\sigma_{-1k})_d = \frac{\sigma_{-1} \cdot \varepsilon \cdot \beta}{k_\sigma} \quad (13.10)$$

Konstruksiya hissəsinin məruz qalacağı simmetrik dövrün maksimum gərginliyini bilərək normal gərginliyə görə yorulmaya ehtiyat əmsalını təyin etmək olar

$$n_\sigma = \frac{(\sigma_{-1k})_d}{\sigma_{\max}} \quad (13.11)$$

Burulmada möhkəmliyə ehtiyat əmsalı analoji yolla tapılır.

$$n_\tau = \frac{(\tau_{-1k})_d}{\tau_{\max}} \quad (13.12)$$

Mürəkkəb gərginlikli halda möhkəmliyə ehtiyat əmsalı

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_\sigma^2} + \frac{1}{n_\tau^2} \quad (13.13)$$

və ya

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \quad (13.14)$$

ifadəsi ilə hesablanır.

Asimmetrik dövrdər üçün də möhkəmliyə ehtiyat əmsalını hesablamaq olar.

FƏSİL 14.

ELASTİKLİK HƏDDİ XARİCİNDƏ HESABLAMALAR

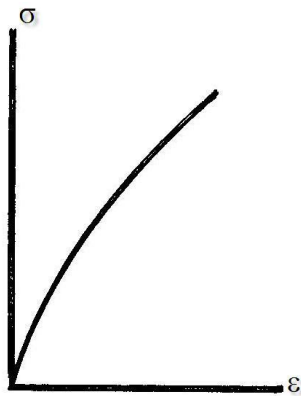
§82. Dartılma diaqramının sxemləşdirilməsi

Hesablama tənliklərinin tərtibi zamanı Huk qanunundan istifadə olunur.

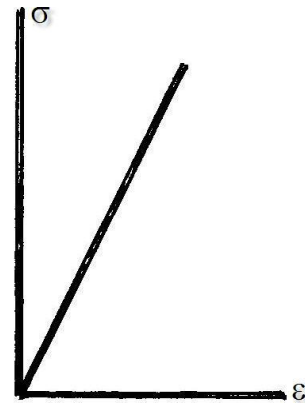
Dartılma diaqramından göründüyü kimi Huk qanunu, gərginliyin mütənasiblik həddinə qədərki qiymətlərində doğrudur. Bəzi hallarda müəyyən xəyata yol verməklə gərginliyin axma həddinə qədərki qiymətlərində də Huk qanunundan istifadə olunur. Amma, gərginliyin ən təhlükəli nöqtədə axma həddinə çatması hissənin qırılması və ya onun böyük deformasiyalar alması demək deyil. Plastik deformasiyanın yaranmağa başlaması ilə hissədə daha az yüklənmiş hissəciklər yüklənməyə başlayır ki, bu da buraxılabilən yükün çoxalmasına səbəb olur.

Plastiki deformasiyanı nəzərə almaqla hesablama aparmaq üçün gərginliklə deformasiya arasındakı asılılığı ($\sigma - \varepsilon$ diaqramını) müəyyən etmək lazımdır. Bu diaqram materialın əsas xassələrini əks etdirməklə həm də sadə olmalıdır.

1) Sxemdə göstərilmiş diaqram kövrək materiallar üçün xarakterikdir (şəkil 14.1).



Şəkil 14.1.

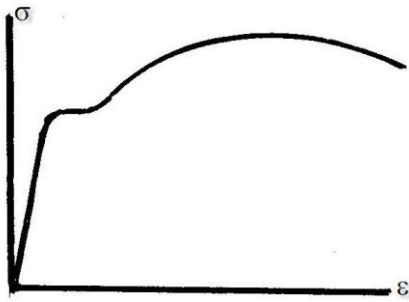


Şəkil 14.2.

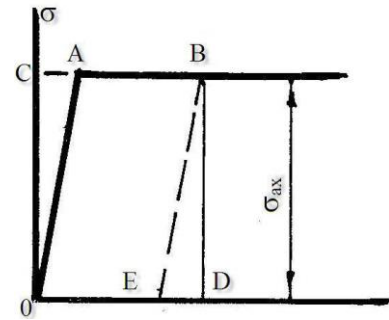
Kövrək materiallarda Huk qanunundan kənara çıxma çox az olduğundan hesablamalarda plastik deformasiyanı nəzərə almamaq olar. Hesab etmək olar ki, material dağılana qədər Huk qanununa tabe olur və (şəkil 14.2) diaqramı kimi sxemləşdirilir.

2) Plastik materiallara xas olan, axma həddi aydın görünən diaqram (şəkil 14.3). Bu diaqrama azkarbonlu poladlar üçün qurulmuş diaqramı misal göstərmək olar.

Plastik materialların hesablanması $\sigma - \varepsilon$ diaqramını şəkil 14.4 sxemindəki kimi (OAB) sxemləşdirirlər. Gərginliyin axma həddinə bərabər qiymətində hissənin istifadəsini qeyri-mümkün edən deformasiya yaranır.



Şəkil 14.3.

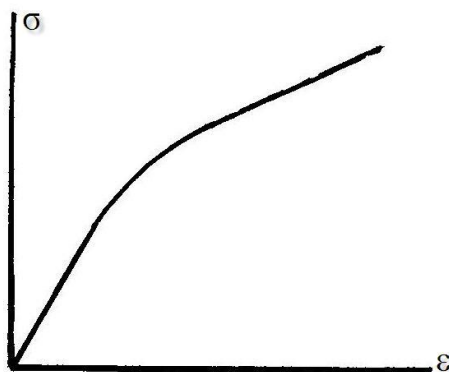


Şəkil 14.4.

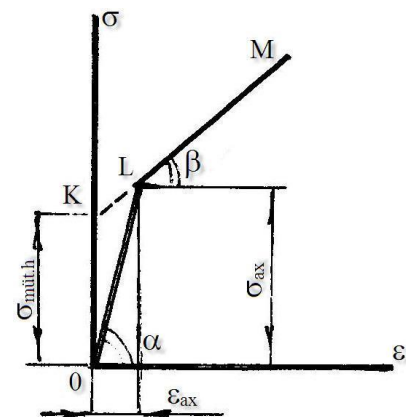
Bəzən, diaqramın daha sadə variantından (OCB) istifadə olunur. Materialı **ideal plastik** hesab edən bu variant Prandtl diaqramı adlanır. O, daha mürəkkəb plastik məsələlərin (mürəkkəb gərginlikli hal, statik həll olunmayan sistemlər ...) həll olunmasına imkan yaradır.

3) Az və orta plastikliyə malik polad materiallar, əlvan metallar, orta və yüksək plastikliyə malik olan onların xətlərinə xas olan $\sigma - \varepsilon$ diaqramı (şəkil 14.5).

Orta plastikliyə malik materiallar üçün $\sigma - \varepsilon$ diaqramı materialın möhkəmləndiricisi nəzərə alınmaqla (şəkil 14.6) kimi sxemləşdirilir.



Şəkil 14.5.



Şəkil 14.6.

L – nöqtəsinə qədər material elastiki deformasiya olunan hesab olunur və Huk qanununa tabe olur. LM xətti isə plastiki deformasiya olunan zonadır. Bəzi məsələlərin həlli OKM xətti üzrə aparılır.

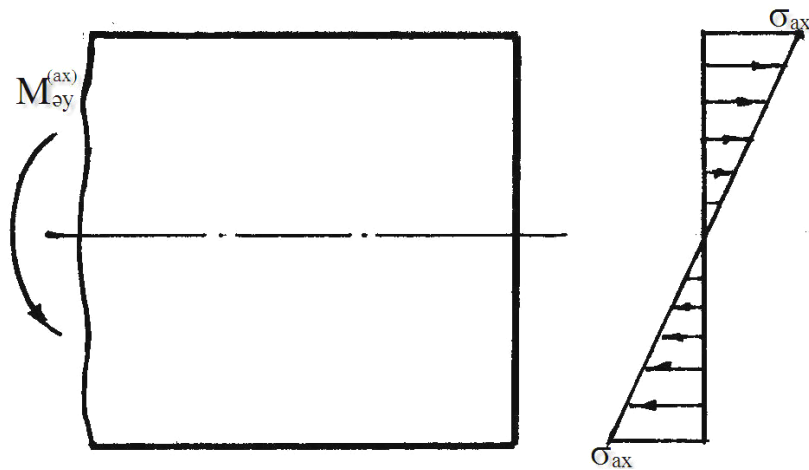
Plastik deformasiyalarda yüklənmə ilə boşalma ayrı-ayrı xətlər üzrə gedir. Yüklənmə qeyri-xətti, boşalma isə həmişə xətti qanunla dəyişir.

Şəkil 14.4-də yüklənmə OAB xətləri, boşalma isə BE xətti üzrə baş verir.

Biz kiçik elastiki-plastiki deformasiya halını araşdırırıq (deformasiya hissənin ölçülərinə nisbətən çox kiçikdir).

§83. Elastiki-plastiki əyilmə

Elastiki əyilmədə təhlükəli hal, gərginliyin kəsiyin konturunda axma həddinə çatması hesab olunur (şəkil 14.7).



Şəkil 14.7.

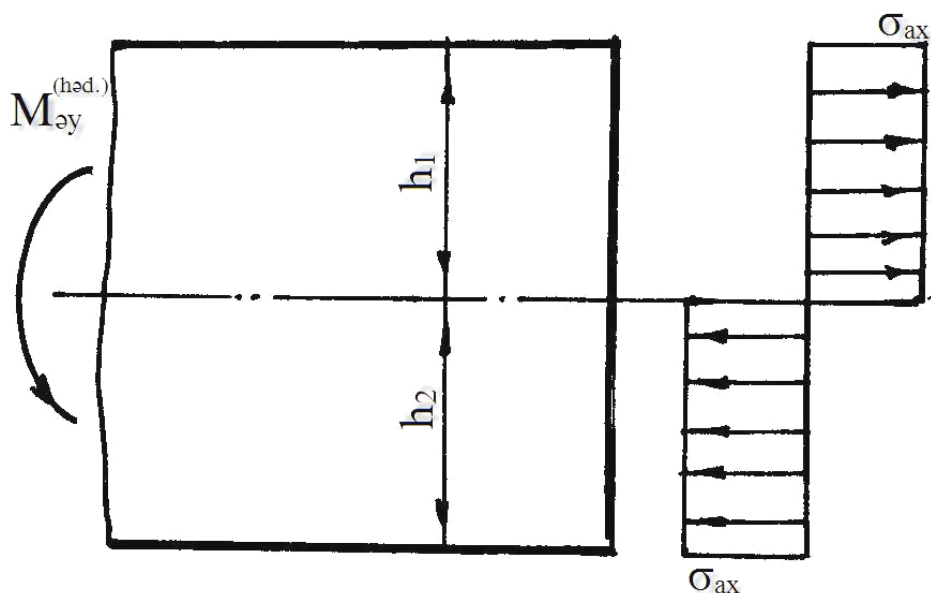
Bu zaman əyici moment

$$M_{\text{ay}}^{(\text{ox})} = W_x \sigma_{\text{ax}}$$

qiymətini alır.

W_x – kəsiyin müqavimət momentidir. Düzbucaqlı üçün $W_x = \frac{bh^2}{6}$ olduğu məlumdur.

Təcrübələr göstərir ki, bu hal, həddi hal kimi qəbul oluna bilməz. Az yüklənmiş liflərin hesabına qüvvənin qiymətinin artırılması mümkündür (şəkil 14.8).



Şəkil 14.8.

Bu haldan sonra yükün artırılması mümkün olmur. Təhlükəli kəsikdə plastik şarnir yaranır. Həmin kəsikdəki əyici momentin həddi qiymətini ($M_{\text{яй}}^{(\text{həd})}$) alır.

Xalis əyilmə halına baxaq. Neytral xəttin vəziyyətini təyin edək.

$$N = \int_F \sigma_{ax} dF = 0 \quad \text{və ya}$$

$$\sigma_{ax} \int_0^{h_1} b dy - \sigma_{ax} \int_0^{h_2} b dy = 0.$$

b – tirin enidir və dəyişəndir.

$$\sigma_{ax}(F_1 - F_2) = 0$$

$$F_1 = F_2.$$

Göründüyü kimi plastik əyilmədə neytral xətt, en kəsiyi iki bərabər hissəyə ayırır.

$\sigma_{ax} dF$ – elementar normal qüvvələrinin yaratdığı əyici momentin həddi qiymətinin tənliyini tərtib edək

$$M_{\text{яй}}^{(\text{həd})} = \int_F \sigma_{ax} \cdot y \cdot dF \quad \text{və ya}$$

$$M_{\text{яй}}^{(\text{həd})} = \sigma_{ax} \int_{F_1} y dF + \sigma_{ax} \int_{F_2} y dF$$

integral ifadələrinin, aşağı və yuxarı hissələrin neytral oxa nəzərən statik momentləri olduğunu bilərək yazı bilərik

$$M_{\text{яй}}^{(\text{hяd})} = \sigma_{\text{ax}} (S_{1x} + S_{2x})$$

Simmetriya oxuna perpendikulyar qüvvələr müstəvisi olan kəsiklər üçün

$$S_{1x} = S_{2x} = S_{0x}\text{-dir.}$$

S_{0x} – neytral oxa nəzərən yarımların statiki momentidir.

$$\text{Onda } M_{\text{яй}}^{(\text{hяd})} = \sigma_{\text{ax}} \cdot 2S_{0x} = \sigma_{\text{ax}} W_x^{(\text{pl})} \text{ olar.}$$

$$W_x^{(\text{pl})} = 2 \cdot S_{0x} - \text{plastik müqavimət momentidir.}$$

Düzbucaqlı kəsik üçün

$$W_x^{(\text{pl})} = 2 \cdot S_{0x} = 2 \cdot b \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{4} = \frac{bh^2}{4}.$$

Onda

$$\frac{M_{\text{яй}}^{(\text{hяd})}}{M_{\text{яй}}^{(\text{ax})}} = \frac{W_x^{(\text{pl})}}{W_x} = \frac{bh^2/4}{bh^2/6} = 1,5 \text{ olar.}$$

Əyici momentin qiyməti plastik deformasiya nəzərə alındıqda düzbucaqlı kəsik üçün 1,5 dəfə artır. Bu artım dairəvi kəsiklər üçün 1,7-yə, ikitəvrlü kəsiklər üçün 1,15-ə bərabərdir.

Statik həll olunmayan sistemlərdə plastik deformasiyanın nəzərə alınması yükün artırılması üçün daha böyük imkanlar yaradır.

FƏSİL 15.

NAZİK VƏ QALINDIVARLI QABLAR

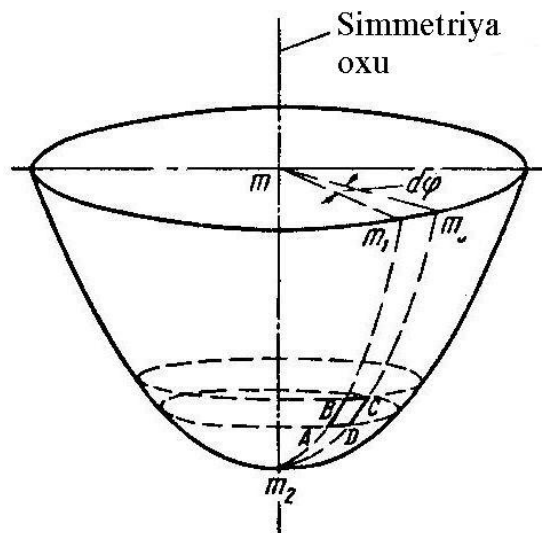
§84. Nazikdivarlı oxasimmetrik qabıqların momentsiz nəzəriyyə ilə hesabı

Qalınlığı onun səthinin radiuslarına nəzərən çox kiçik olan və fırlanmadan alınan cisim, nazikdivarlı oxasimmetrik qabıq adlanır. O, fırlanma oxuna nəzərən polyar simmetrikdir.

Qabığın daxili və xarici səthindən bərabər uzaqlıqda duran səth onun orta səthidir.

Sxemdə (şəkil 15.1) oxasimmetrik qabığın orta səthi göstərilmişdir. Ondan, aralarındakı bucaq elementar $d\varphi$ olan iki mm_1m_2 və mm_3m_2 meridial müstəvilər və simmetriya oxuna perpendikulyar iki müstəvi ilə sonsuz kiçik element kəsib ayıraq . Oxa perpendikulyar müstəvilər qabığın orta səthini BC və AD xətləri üzrə kəsir.

Orta səthin ABCD elementinin, meridial müstəvidəki əyrilik radiuslarını - ρ_m , bu müstəviyə perpendikulyar müstəvidəki əyrilik radiuslarını isə - ρ_θ ilə işarə edək.

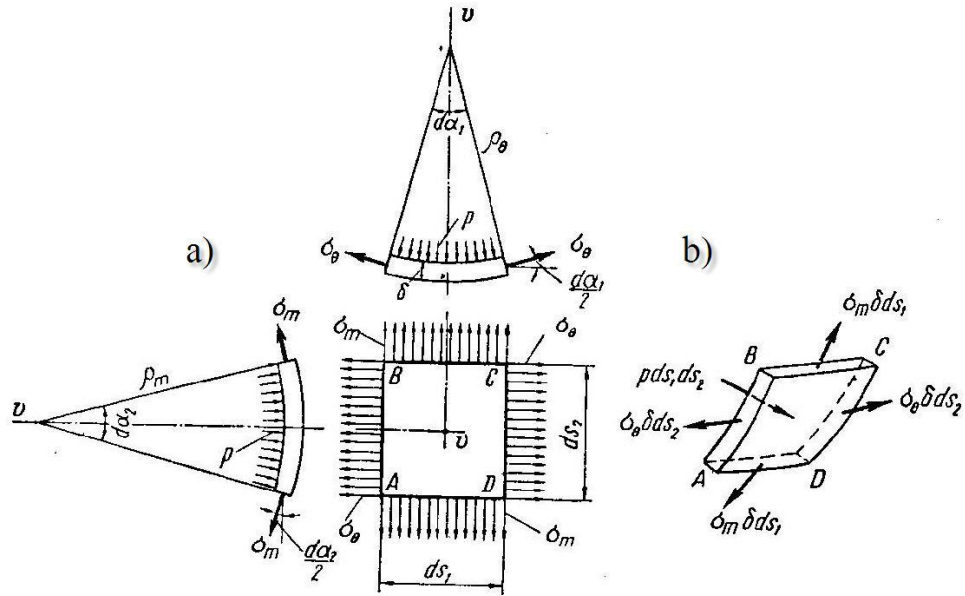


Şəkil 15.1.

Nazikdivarlı, oxasimmetrik qabıqların hesabı müxtəlif qaz saxlama ambarlarının, qaz kameralarının və s. layihələndirilməsi zamanı yerinə yetirilir. Belə

qabıqların daxili səthinə təsir edən yüklər, təsir etdikləri səthə perpendikulyar olmaqla həm də fırlanma oxuna nəzərən simmetrikdirlər.

Divarının qalınlığı az olan qabıqlarda, gərginliyin qalınlıq boyu bərabər paylandığını və səthin əyilmədiyini qəbul etmək olar. Belə hesablama «**momentsiz nəzəriyyə**»yə görə hesablama adlanır.



Şəkil 15.2.

Sxemdə (şəkil 15.2 a) orta səthin ABCD elementinin ortoqonal proyeksiyası verilmişdir. Bu elementin meridial müstəviləri ilə üst-üstə düşən AB və CD yan üzlərindəki toxunan gərginliklər, qabığın və ona təsir edən yüklərin simmetrik olduğuna görə sıfıra bərabərdir. Üzlərdə yalnız çevrəvi normal gərginlik - σ_θ təsir edir. BC və AD yan üzlərində isə toxunan gərginlik sıfıra bərabər olar (toxunan gərginliklərin qoşalılığı qanununa görə), yalnız meridial normal gərginlik - σ_m yaranar.

ABCD sonsuz kiçik elementinə təsir edən bütün qüvvələri onun normalı (v oxu) istiqamətində (şəkil 15.2 b) proyektəndirək:

$$\sum V = p ds_1 ds_2 - 2(\sigma_\theta \delta ds_2) \sin \frac{d\alpha_1}{2} - 2(\sigma_m \delta ds_1) \sin \frac{d\alpha_2}{2} = 0$$

Burada δ - qabığın ABCD elementinin qalınlığıdır.

Bucaqların kiçik olmasına görə yazı bilərik:

$$\sin \frac{d\alpha_1}{2} = \frac{d\alpha_1}{2} = \frac{ds_1}{2\rho_\theta},$$

$$\sin \frac{d\alpha_2}{2} = \frac{d\alpha_2}{2} = \frac{ds_2}{2\rho_m}.$$

Bu ifadələri proyeksiya tənliyində yerinə yazaraq ds_1 və ds_2 -yə bölməklə təyin edirik:

$$\frac{\sigma_\theta}{\rho_\theta} + \frac{\sigma_m}{\rho_m} = \frac{p}{\delta} \quad (15.1)$$

Bu düstur nazikdivarlı qabığın divarlarında yaranan gərginliklərin hesablanması üçün **Laplas** tənliyidir.

Bir tənlik (15.1) vasitəsi ilə iki məchul gərginliyi (σ_θ və σ_m) təyin etmək mümkün olmur. Laplas tənliyi ilə müvazinət tənliyi birlikdə həll olunmaqla qabığın divarlarında yaranan gərginliklər hesablanır. Kürə şəkilli qabıqlar isə müstəsnaqlıq təşkil edir.

$$\rho_m = \rho_\theta = R = \frac{D}{2}$$

Olduğunu bilərək (15.1) tənliyinə əsasən hesablayırıq:

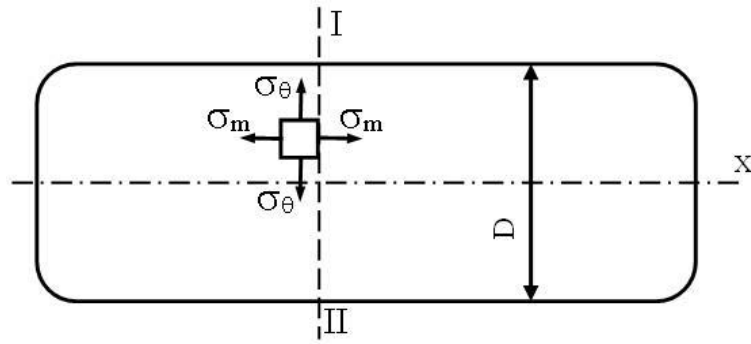
$$\sigma_\theta = \sigma_m = p \frac{D}{4\delta} \quad (15.2)$$

Silindrik və konus şəkilli qabıqlarda isə qabığın meridianı düz xətt olduğundan $\rho_m = \infty$ və ona uyğun $\frac{\sigma_m}{\rho_m} = 0$ olur. Onda

$$\sigma_\theta = p \frac{\rho_\theta}{\delta} \quad (15.3)$$

alınır. Qabığın divarlarında qazın təzyiqi – p sabit, maye ilə doldurulmuş qablarda hündürlükdən asılı olaraq dəyişən olur.

Misal. Daxilində p (Pa) təzyiqli buxar olan D diametrli silindrik qabın divarının qalınlığını təyin etməli. Silindrin materialının buraxılabilən gərginliyi $[\sigma]$ -nə bərabərdir.



Həlli:

Mərkəzi oxə perpendikulyar I – I kəsiyindəki divarda ayrılmış elementin üzərində σ_θ və σ_m gərginlikləri təsir edir. Bu elementin əyrilik radiusları $\rho_\theta = \frac{D}{2}$ və $\rho_m = \infty$ -dur. Laplas tənliyində yerinə yazmaqla

$$\frac{\sigma_\theta}{D/2} + \frac{\sigma_m}{\infty} = \frac{P}{\delta}$$

$$\sigma_\theta = P \frac{D}{2\delta}$$

olduğun təyin edirik.

Silindrin I – I kəsiyindən bir tərəfdə qalan hissəsi üçün müvazinət tənliyini (z oxu üzərində proyeksiya tənliyini) tərtib edərək σ_m normal gərginliyini hesablayırıq:

$$\sum Z = P \frac{\pi D^2}{4} - \sigma_m \delta \pi D = 0$$

$$\sigma_m = \frac{PD}{4\delta}.$$

Beləliklə, qabın divarında yaranan baş gərginliklər

$$\sigma_1 = \sigma_\theta = \frac{PD}{2\delta}; \quad \sigma_2 = \sigma_m = \frac{PD}{4\delta}; \quad \sigma_3 = 0$$

olar. Divarın qalınlığı onun hesablanması üçün qəbul olunmuş möhkəmlilik nəzəriyyəsiindən asılı olur. Adətən buxar saxlanan qablar plastik materiallardan hazırlandığından möhkəmliyə hesablama üçüncü və ya dördüncü möhkəmlilik nəzəriyyələri üzrə aparılır.

Üçüncü möhkəmlilik nəzəriyyəsinə görə

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$$

$$\frac{PD}{2\delta} \leq [\sigma]$$

buradan

$$\delta \geq \frac{PD}{2[\sigma]}$$

təyin edirik.

Dördüncü möhkəmlilik nəzəriyyəsinə görə:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq [\sigma]$$

$$\sqrt{\left(\frac{PD}{2\delta}\right)^2 + \left(\frac{PD}{4\delta}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{PD}{2\delta}\right)^2} \leq [\sigma]$$

buradan

$$\delta \geq \frac{\sqrt{3}PD}{4[\sigma]}$$

təyin edirik.

Göründüyü kimi divarın tələb olunan qalınlığı üçüncü möhkəmlilik nəzəriyyəsinə görə daha böyük alınır.

§85. Qalındıvarlı silindrlərin hesabı.

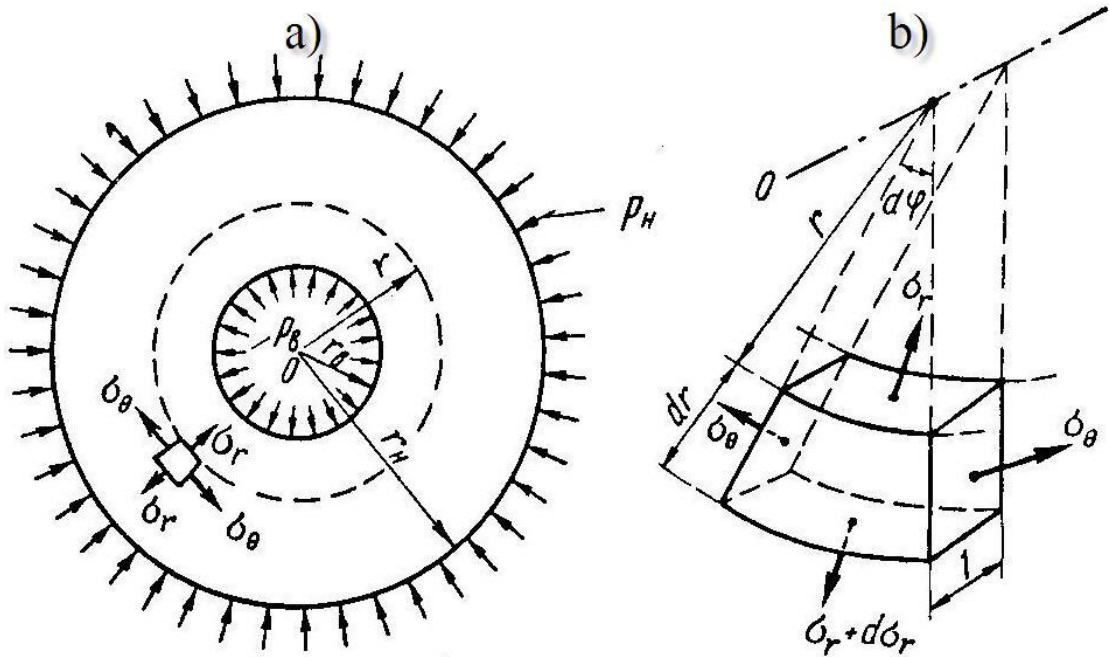
Quraşmış borular

Divarının qalınlığının daxili radiusa olan nisbəti $\frac{1}{20}$ nisbətindən böyük olan silindrlər qalındıvarlı silindrlər hesab olunurlar.

Daxili radiusu r_d , xarici radiusu r_x olan silindr daxildən P_d , xaricdən P_x bərabər intensivlikli təzyiqlə yüklənmişdir (şəkil 15.3). Belə yükləmə silindrə əyilmə deformasiyası yaratmır.

Silindrin «O» simmetriya oxundan keçən müstəvilərinin yaratdığı kəsiklərdə təsir edən σ_θ normal gərginliyinin qalınlıq üzrə bərabər paylandığını qəbul etmək

olmaz. Radiusu r olan silindrik səthdə yaranan σ_r normal gərginliyi isə σ_θ gərginliyi ilə eyni həddə, bəzən isə hətta ondan böyük olur.



Şəkil 15.3.

Ona görə də qalındıvarlı silindri, nazikdivarlı oxasimmetrik qabıqlar kimi hesablamaq olmaz.

Silindrin və ona təsir edən qüvvələrin polyar koordinatlarda simmetrik olduğuna görə σ_θ və σ_r normal gərginliklərinin baş gərginliklər olduğunu qəbul edə bilərik. Onların təsir etdiyi baş kəsiklərdə toxunan gərginliklər yaranmır.

Qalındıvarlı silindrin oxuna perpendikulyar müstəvilərinin yaratdığı kəsiklərdə üçüncü baş gərginlik σ_0 normal gərginliyi təsir edir.

Hesablama düsturlarının çıxarılışı zamanı açıq (dibsiz) silindrə baxılır. Belə silindrlərdə σ_0 gərginliyi sıfıra bərabər qəbul olunur.

Elastiklik nəzəriyyəsi düsturları ilə dəqiq həll zamanı, silindrin eninə kəsiklərinin, yükləməyə qədər və yükləmədən sonra öz müstəviliklərini saxladığı məlum olur. Bu, silindrin bütün nöqtələrinin onun oxu istiqamətində eyni nisbi deformasiya aldığı zaman mümkündür. Ümumiləşmiş Huk qanununa əsasən yazıla bilər:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{E} [\sigma_0 - \mu(\sigma_r + \sigma_\theta)] = \text{const} = A$$

Burada $\sigma_0=0$ olduğunu nəzərə almaqla

$$\sigma_r + \sigma_\theta = -\frac{AE}{\mu} \quad (15.4)$$

olduğunu təyin edirik. Göründüyü kimi silindrin bütün nöqtələri üçün σ_θ və σ_r gərginliklərinin cəmi eynidir.

Qalındıvarlı silindrdən «0» simmetriya oxundan r və $r + dr$ radiuslu silindrik səthlər, aralarındakı bucaq $d\varphi$ olan və simmetriya oxundan keçən iki müstəvi və aralarındakı məsafə vahidə bərabər olan iki eninə kəsik müstəvisi ilə elementar hissə kəsib ayıraq (şəkil 15. 3 b). Ayrılmış hissənin bütün üzləri baş müstəvilərlə üst-üstə düşür.

Üzlərdə təsir edən bütün qüvvələri, silindrik səthin normalı istiqamətində proyektəndirək:

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) \cdot 1 \cdot d\varphi - \sigma_r \cdot 1 \cdot r d\varphi - 2\sigma_\theta \cdot dr \cdot 1 \cdot \frac{d\varphi}{2} = 0$$

sonsuz kiçik hədləri nəzərdən atmaqla alırıq:

$$r d\sigma_r + \sigma_r dr - \sigma_\theta dr = 0$$

σ_θ normal gərginliyini (15.4) tənliyindən təyin edərək yerinə yazaq:

$$r d\sigma_r + 2\sigma_r dr = -\frac{AE}{\mu} dr$$

tənliyin sol tərəfinin $\frac{d(\sigma_r \cdot r^2)}{r}$ olduğunu bilərək yazı bilərik:

$$d(\sigma_r \cdot r^2) = -\frac{AE}{\mu} \cdot r dr.$$

Alınmış tənliyi inteqrallamaqla təyin edirik:

$$\sigma_r \cdot r^2 = -\frac{AE}{2\mu} \cdot r^2 + c \quad (15.5)$$

c – inteqral sabitidir.

Silindrin daxili və xarici səthlərində sərhəd şərtlərindən A və C sabitlərini təyin edək.

1) $r = r_d$ olduqda $\sigma_r = -P_d$ olar.

$$-P_d r_d^2 = -\frac{AE}{2\mu} \cdot r_d^2 + c \quad (15.6)$$

2) $r = r_x$ olduqda $\sigma_r = -P_x$ olar.

$$-P_x r_x^2 = -\frac{AE}{2\mu} \cdot r_x^2 + c \quad (15.7)$$

(15.3) və (15.4) tənliklərini birlikdə həll etməklə

$$\frac{AE}{2\mu} = \frac{P_x r_x^2 - P_d r_d^2}{r_x^2 - r_d^2}; \quad c = \frac{P_x - P_d}{r_x^2 - r_d^2} \cdot r_d^2 \cdot r_x^2$$

olduğunu təyin edirik.

Sabitlərin qiymətlərini (15.5) və (15.4) tənliklərində yerinə yazmaqla

$$\sigma_r = -\frac{1}{r_x^2 - r_d^2} \left[P_x r_x^2 \left(1 + \frac{r_d^2}{r^2} \right) - P_d r_d^2 \left(\frac{r_x^2}{r^2} + 1 \right) \right] \quad (15.8)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{1}{r_x^2 - r_d^2} \left[P_x r_x^2 \left(1 + \frac{r_d^2}{r^2} \right) - P_d r_d^2 \left(\frac{r_x^2}{r^2} + 1 \right) \right] \quad (15.9)$$

normal gərginliklərin qiymətlərini müəyyən edirik.

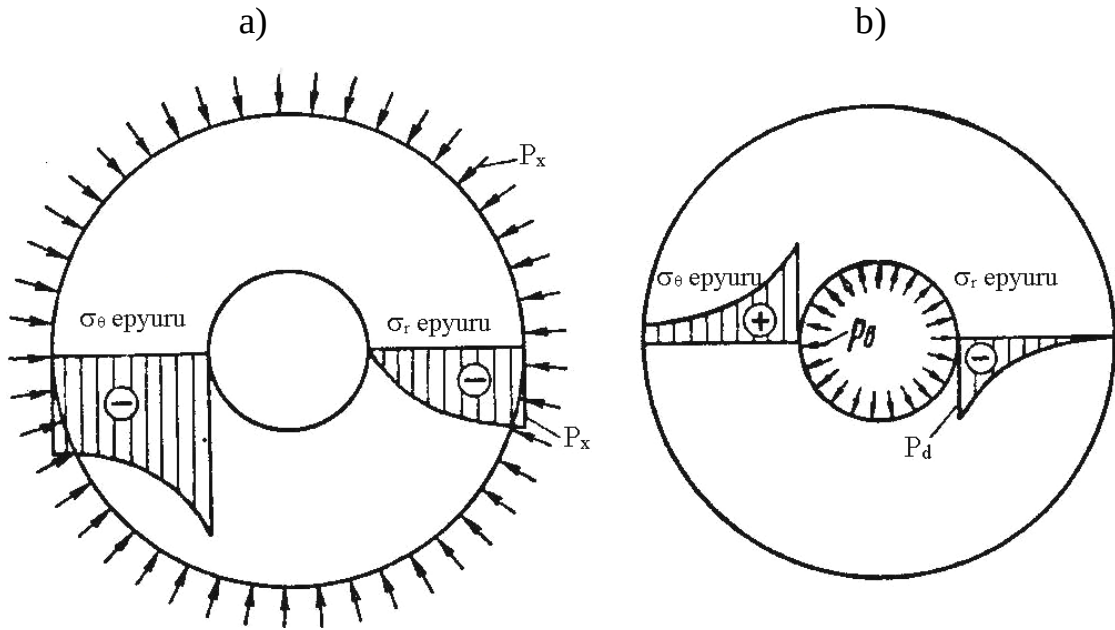
(15.8) və (15.9) bərabərlikləri Lamye düsturları adlanırlar. Bu ifadələrdə gərginliyi axtarılan nöqtədən silindrin oxuna qədər olan məsafələr $\frac{r_d^2}{r^2}$ və $\frac{r_x^2}{r^2}$

hədləri ilə ifadə olunur.

(15.8) və (15.9) düsturlarının köməyi ilə yalnız daxili təzyiqə ($P_x=0$) və ya xarici təzyiqə ($P_d=0$) məruz qalan silindrlərdə gərginlikləri təyin etmək olar.

Daxili və ya xarici təzyiqə məruz qalan silindrlərdə σ_r və σ_θ normal gərginlikləri ayrılıqda eyni işarəli olur. Xarici təzyiqin təsirindən (şəkil 15.4 a) σ_r və σ_θ normal gərginlikləri silindrin bütün nöqtələrində mənfi (sıxılma), daxili təzyiqin təsirindən isə (şəkil 15.4 b) σ_r gərginliyi bütün nöqtələrdə mənfi (sıxılma), σ_θ isə müsbət (dartılma) alınır.

Silindrin «0» simmetriya oxundan ixtiyari r məsafəsindəki nöqtədə radial istiqamətdəki yerdəyişməni hesablayaq. Radiusa perpendikulyar istiqamətdəki çevrəvi istiqamətdə nisbi deformasiya ε_θ -ni u ilə işarə edək.



Şəkil 15.4.

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{2\pi(r+u) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{u}{r} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta} - \mu(\sigma_0 + \sigma_r)]$$

$\sigma_0=0$ qəbul edərək σ_r və σ_{θ} gərginliklərinin qiymətlərini (15.8 və 15.9) yerinə yazmaqla təyin edirik.

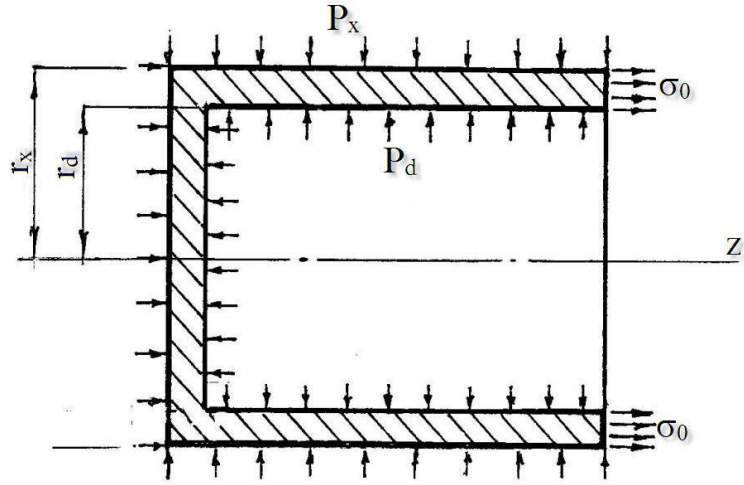
$$u = \frac{1}{E(r_x^2 - r_d^2)} \left[(1-\mu)(P_d r_d^2 - P_x r_x^2)r + (1+\mu)(P_d - P_x) \frac{r_d^2 r_x^2}{r} \right] \quad (15.10)$$

yerdəyişmənin müsbət alınması nöqtənin radius üzrə simmetriya oxundan uzaqlaşdığını göstərir.

Deformasiya zamanı daxili radiusun böyüməsi u_d və xarici radiusun böyüməsi u_x -i hesablamaq üçün (15.10) ifadəsində r əvəzində uyğun olaraq r_d və ya r_x yazmaq lazımdır.

Dibi olan silindr araşdırılırsa σ_r və σ_{θ} gərginliklərinin (15.8) və (15.9) ifadələri dəyişməz qalır, σ_0 baş gərginliyi isə müvazinət tənliyindən (şəkil 15.5) təyin olunur.

$$\sigma_0 = \frac{P_d r_d^2 - P_x r_x^2}{r_x^2 - r_d^2} \quad (15.11)$$



Şəkil 15.5.

Belə silindrlərdə radial yerdəyişmə

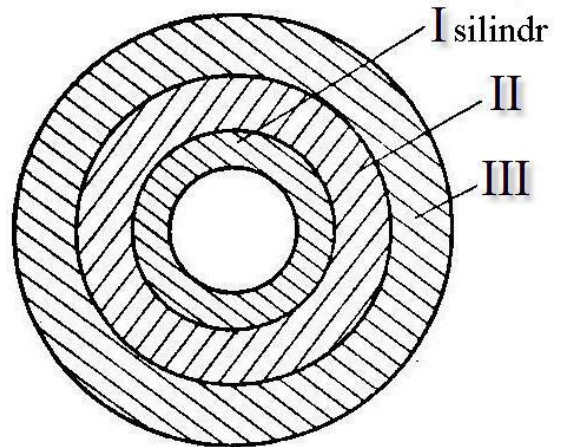
$$u = \frac{1}{E(r_x^2 - r_d^2)} \left[(1 - 2\mu)(P_d r_d^2 - P_x r_x^2)r + (1 + \mu)(P_d - P_x) \frac{r_d^2 - r_x^2}{r} \right] \quad (15.12)$$

ifadəsi ilə hesablanır.

Qalındıvarlı silindrin daxili təzyiqə məruz qalan hallarına daha çox rast gəlinir.

(15.8) və (15.9) ifadələrindən göründüyü kimi daxili təzyiqə məruz qalan qalındıvarlı silindrlərin bütün nöqtələrində σ_θ gərginliyi müsbət olur və mütləq qiymətcə σ_r gərginliyindən böyük alınır. Bu gərginliyin qiymətini qalındıvarlı silindri quraşq boru şəklində hazırlamaqla azaltmaq olar. Belə ki, bir neçə nazıkdıvarlı silindrləri biri-birinə oturtmaqla qalındıvarlı quraşq boru şəklinə salırlar.

İkinci silindrin daxili diametri birincinin xarici diametrindən kiçik hazırlanır və ikinci qızdırılaraq birincinin üzərinə otuzdurulur. Üçüncünün daxili diametri ikincinin xarici diametrindən kiçik hazırlanaraq qızdırılmaqla ikincinin üzərinə otuzdurulur və s. Silindrlər soyuduqdan sonra birinci silindr xarici,



Şəkil 15.6.

ikinci isə daxili təzyiqə, eyni zamanda ikinci xarici, üçüncü isə daxili təzyiqin təsirinə məruz qalır.

Yəni oturtma təsirindən silindrlərdə əvvəlcədən gərginliklər yaranır.

Qalınlıqlı silindrin quraşlıq borularla əvəz olunması ilə σ_θ gərginliyinin azaldılması və möhkəmliyinin artırılması ilk dəfə akademik A.V.Qadolin tərəfindən təklif olunmuşdur.

Misal. Daxili radiusu $r_d=10$ sm, xarici radiusu $r_x=20$ sm olan polad silindr $P_d=40$ MPa daxili təzyiqə məruz qalır. Qalınlıq boyu σ_θ və σ_r normal gərginliklərinin epyurunu quraraq onu üçüncü möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə möhkəmliyə yoxlamalı. Materialın buraxıla bilən gərginliyini $[\sigma]=150$ MPa qəbul etməli. $E=2 \cdot 10^5$ MPa və $\mu=0,3$ olduğunu bilərək silindrin daxili və xarici radiuslarının artımını təyin etməli.

Həlli:

Lamye düsturlarına əsasən hesablayırıq:

$$\sigma_r = -\frac{P_d r_d^2}{r_x^2 - r_d^2} \left(\frac{r_x^2}{r^2} - 1 \right) = -\frac{40 \cdot 0,1^2}{0,2^2 - 0,1^2} \left(\frac{0,2^2}{r^2} - 1 \right) = -\frac{40}{3} \left(\frac{0,04}{r^2} - 1 \right),$$

$$\sigma_\theta = \frac{P_d r_d^2}{r_x^2 - r_d^2} \left(\frac{r_x^2}{r^2} + 1 \right) = \frac{40 \cdot 0,1^2}{0,2^2 - 0,1^2} \left(\frac{0,2^2}{r^2} + 1 \right) = \frac{40}{3} \left(\frac{0,04}{r^2} + 1 \right).$$

$r = 10$ sm = 0,1 m olduqda

$$\sigma_r = -40 \text{ mPa}; \sigma_\theta = 66,7 \text{ mPa}.$$

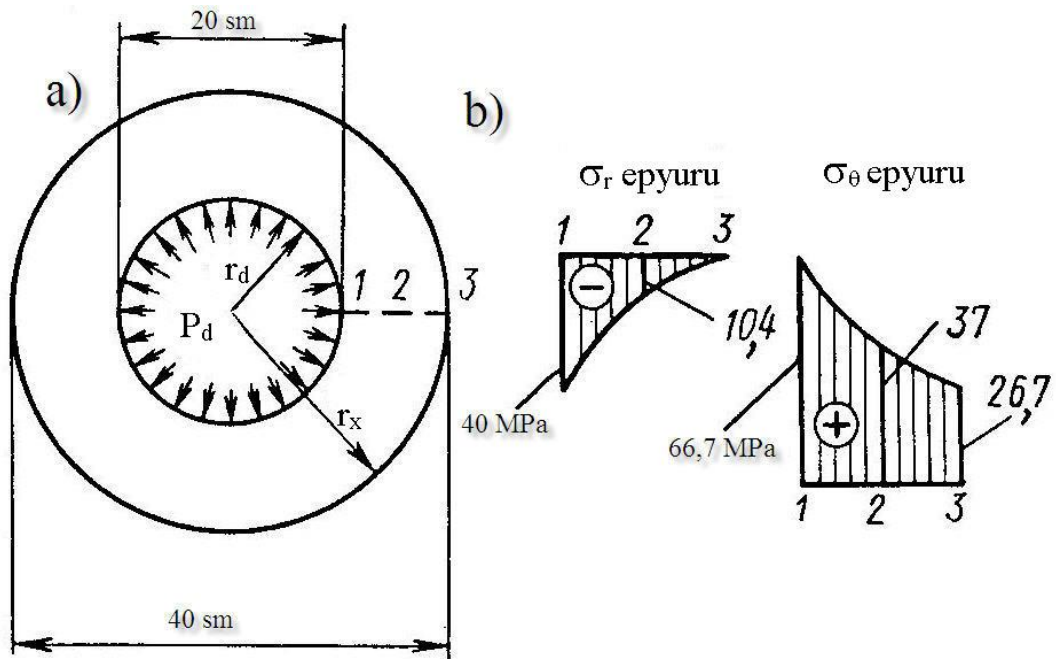
$r = 15$ sm = 0,15 m olduqda $\sigma_r = -10,4$ mPa; $\sigma_\theta = 37$ mPa.

$r = 20$ sm = 0,2 m olduqda $\sigma_r = 0$; $\sigma_\theta = 26,7$ mPa.

Silindrin daxili səthindəki nöqtələr təhlükəli nöqtələr hesab olunur. Bu nöqtələrdə

$$\sigma_1 = \sigma_\theta = 66,7 \text{ mPa}; \sigma_3 = -40 \text{ mPa}.$$

baş gərginlikləri təsir edir.



Şəkil 15.7.

Ü çüncü möhkəmlük nəzəriyyəsinə görə

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$$

$$66,7 + 40 = 106,7 \text{ mPa} < 150 \text{ mPa}$$

olduğun hesablayırıq.

Göründüyü kimi silindrin möhkəmlük şərti ödənilir.

(15.12) tənliyini əsas götürməklə radiuslarını artımlarını təyin edirik.

$$u_x = 2 \cdot \frac{P_d \cdot r_H \cdot r_d^2}{E(r_x^2 - r_d^2)} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 0,2 \cdot 0,1^2}{2 \cdot 10^5 (0,2^2 - 0,1^2)} = 39 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,039 \text{ mm},$$

$$u_d = \frac{P_d r_d}{E} \left(\frac{r_x^2 + r_d^2}{r_x^2 - r_d^2} + \mu \right) = \frac{40 \cdot 0,1}{2 \cdot 10^5} \left(\frac{0,2^2 + 0,1^2}{0,2^2 - 0,1^2} + 0,3 \right) = 27 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,027 \text{ mm}.$$

Hesablanmış qiymətlər əsasında gərginliklərin epyurlarını qururuq (şəkil 15.7).

MÜNDƏRİCAT

FƏSİL 1. ƏSAS ANLAYIŞLAR		Səh.
§1.	Materiallar müqaviməti fənni, inkişafı və başqa elmlərlə əlaqəsi	2
§2.	Qəbul edilən fərziyyələr	2
§3.	Hesablama sxemi	3
§4.	Xarici və daxili qüvvələr	4
§5.	Deformasiya və yerdəyişmələr	4
§6.	Kəsmə üsulu	6
§7.	Gərginlik	7
FƏSİL 2. DARTILMA VƏ SIXILMA		
§8.	Daxili qüvvələrin təyini	9
§9.	Gərginliyin təyini	10
§10.	Eninə və uzununa deformasiyalar. Puasson əmsalı	11
§11.	Huk qanunu	12
§12.	Dartılma diaqramı	15
§13.	Ehtiyat əmsalı	17
§14.	Mərkəzi dartılma-sıxılmada mail kəsikdə yaranan gərginliklər	17
§15.	Toxunan gərginliklərin qoşalılığı qanunu	19
§16.	Dartılma-sıxılmada deyormasiyanın potensial enerjisi	19
§17.	Mərkəzi dartılma-sıxılmada statik həll olunmayan sistemlər	21
§18.	Quraşdırma gərginlikləri	24
§19.	Temperatur dəyişməsindən yaranan gərginliklər	25
FƏSİL 3. SÜRÜŞMƏ		
§20.	Sürüşmədə Huk qanunu	27
§21.	Sürüşmədə deformasiyanın potensial enerjisi. E , G və μ arasında əlaqə	28
FƏSİL 4. YASTI KƏSİKLƏRİN HƏNDƏSİ XARAKTERİSTİKALARI		
§22.	Statik momentlər	29
§23.	Ətalət momenti	30
§24.	Paralel oxlara nəzərən ətalət momentləri arasında asılılıqlar	31

§25. Bəzi sadə kəsiklərin ətalət momentləri	32
§26. Çevrilmiş oxlara nəzərən ətalət momentləri arasındakı asılılıqlar	34
§27. Baş oxlar. Baş ətalət momentləri	35
§28. Müqavimət momentləri	35

F Ə S İ L 5. **BURULMA**

§29. Eninə kəsiyi dairəvi olan brusların burulması	37
§30. Burulmada toxunan gərginlik	38
§31. Valların sətrliyə və möhkəmliyə hesabı	41
§32. Burulmada deformasiyanın potensial enerjisi	43

FƏSİL 6. **ƏYİLMƏ**

§33. Düzoxlu brusun əyilməsi	44
§34. Tirin kəsiklərində yaranan daxili qüvvə amilləri	44
§35. Əyici moment və kəsici qüvvənin işarələnmə qaydaları	45
§36. Əyici moment, kəsici qüvvə və səpələnmiş yük arasındakı diferensial asılılıqlar	46
§37. Əyici moment və kəsici qüvvə epyurlarının qurulması	48
§38. Əyilmədə normal gərginlik	53
§39. Əyilmədə tirin en kəsiyinin səmərəliliyi	57
§40. Əyilmədə toxunan gərginlik	58
§41. Bərabər müqavimətli tirlər	61

FƏSİL 7. **ƏYİNTİ VƏ DÖNMƏ BUCAĞI**

§42. Əyilmiş oxun diferensial tənliyi və integrallanması	64
§43. Əyilmiş oxun universal tənlikləri	67
§44. Əyilmədən deformasiyanın potensial enerjisi	68
§45. Kastilyano teoremi	69
§46. Maksvel-Mor üsulu	70
§47. Vereşşagin üsulu	72
§48. İşlərin və yerdəyişmələrin qarşılıqlı teoremi	73

FƏSİL 8. **GƏRGİNLİKLİ VƏZİYYƏTLƏR**

§49. Nöqtədə gərgin vəziyyət	75
------------------------------	----

§50. Müstəvi gərginlikli vəziyyətdə mail kəsiklərdəki gərginliklər	76
§51. Həcmi gərginlikli vəziyyət. Ümumiləşmiş Huk qanunu	78
§52. Deformasiyanın potensial enerjisi	79
§53. Möhkəmlik nəzəriyyəsi	81

FƏSİL 9. ƏYİLMƏDƏ STATİK HƏLL OLUNMAYAN SİSTEMLƏR

§54. Statik həll olunmayan tirlər	83
§55. Qüvvələr üsulu. Əsas sistem. Kanonik tənliklər	84
§56. Statik həll olunmayan sistemlərdə simmetriyanın nəzərə alınması	87
§57. Müstəvi-fəza və fəza sistemləri	89

FƏSİL 10. MÜRƏKKƏB MÜQAVİMƏT

§58. Mürəkkəb müqavimət. Çəp əyilmə	91
§59. Əyilmə ilə burulmanın birgə təsiri	94
§60. Mərkəzdən xaric dartılma və ya sıxılma	96

FƏSİL 11. DAYANIQLIQ

§61. Boyuna əyilmə. Dayanıqlı vəziyyətlər. Böhran qüvvəsi	100
§62. Böhran qüvvəsi üçün Eyler düsturu	101
§63. Milin uclarının bərkidilməsindən asılı olaraq Eyler düsturu	103
§64. Eyler düsturunun tətbiq sahələri	104
§65. Böhran gərginliyi üçün Yasinski düsturu	106
§66. Çubuğun dayanıqlığına hesabı	107
§67. Düzoxlu çubuğun eninə-boyuna əyilməsi	110

FƏSİL 12. DİNAMİKİ QÜVVƏLƏR

§68. Dinamiki qüvvələr	114
§69. Ətalət qüvvəsinin təsiri	114
§70. Fırlanan həlqənin hesabı	115
§71. Qoşalayıcının hesabı	117
§72. Brusun zərbəli yüklərə hesabı	118
§73. Gərginliklərin konsentrasiyası. Yerli gərginliklər	123
§74. Kontakt gərginlikləri	125
§75. Kürələrin sıxılması	125

§76. Silindrlərin sıxılması	126
-----------------------------	-----

FƏSİL 13. DƏYİŞƏN GƏRGİNLİKLƏR

§77. Dövri dəyişən gərginliklər. Yorulma	128
§78. Düzümlülük həddi	131
§79. Həddi gərginliklər diaqramı	132
§80. Düzümlülük həddinə təsir edən amillər	134
§81. Dəyişən gərginliyə görə möhkəmliyin yoxlanması	135

FƏSİL 14. ELASTİKLİK HƏDDİ XARİCİNDƏ HESABLAMALAR

§82. Dartılma diaqramının sxemləşdirilməsi	136
§83. Elastiki-plastiki əyilmə	138

FƏSİL 15. NAZİK VƏ QALINDIVARLI QABLAR

§84. Nazikdivarlı oxasimmetrik qabıqların momentsiz nəzəriyyə ilə hesabı	141
§85. Qalındivarlı silindrlərin hesabı. Quraşığı borular	145

ƏDƏBİYYATLAR:

1. İ.R.Sadıqov Materiallar müqaviməti, “Təhsil”, 2010.
2. Ə.M.Hüseynov, F.Ə.Həsənov Materiallar müqaviməti, “Təhsil”, 2005, Bakı.
3. H.A.Süleymanov Materiallar müqaviməti, “Maarif”, 1971, Bakı.
4. V.İ.Feodosyev Materiallar müqaviməti, “Maarif”, 1965, Bakı.
5. Г.С.Писаренко, В.А.Азарев Сопротивление материалов, Высшая школа, 1986, Киев.
6. П.А.Стерин Сопротивление материалов, «Высшая школа», 1973, Москва,.
7. С.П.Тимошенко Сопротивление материалов, «Наука», 1985, Москва.
8. N.M.Belyayev Materiallar müqavimətindən məsələlər, “Maarif”, 1972, Bakı.